

# RFM 指標と顧客生涯価値：階層ベイズモデルを使った 非契約型顧客関係管理における消費者行動の分析

阿部 誠\*

## RFM Measures and Customer Lifetime Value: Investigating the Behavioral Relationship in a Non-Contractual Setting using a Hierarchical Bayes Model

Makoto Abe\*

顧客の離脱が観測できない“非契約型 (Non-contractual)”顧客関係管理で、優良顧客の判別に RFM (recency, frequency, monetary-value) 分析が広く使われていることは、リセッシー、フリクエンシー、マネタリバリューの 3 指標が顧客の購買行動を簡潔に集約していることを裏付けている。しかし既存のマーケティング文献では、これらの指標間の関係、そして顧客生涯価値 (CLV) との関係で矛盾した結果が報告されており、さらなる研究による一般経験化の必要性が求められている。本論文では、RFM 指標の根底にある顧客の 3 行動プロセス—購買頻度、生存期間、1 回当たり購買金額—をモデル化し、これらの相互関係と CLV との関連を分析する。提案された階層ベイズ・モデルでは、この 3 行動プロセスを顧客のデモグラフィック変数と関連付けることで、CLV の高い新規顧客獲得への知見などの経営上の示唆を得る。

本モデルを百貨店と CD チェーン店のポイントカード (Frequent Shoppers Program) データに当てはめたところ、ベンチマークである Pareto/NBD に基づいたモデルと比較して、推定用と検証用サンプルの両方で、集計・非集計いずれのフィット基準においても優れていた。さらに、顧客関係管理に関するいくつかの本質的な争点が解明された。第 1 に、この研究で使われたデータでは、購買頻度と購買金額に相関が見られ、従来の Pareto/NBD に基づいた CLV モデルは適応できないことが分かった。また、相関の方向は百貨店の場合は負、CD チェーン店の場合は正であり、データによって異なることが確認された。第 2 に、生涯価値への影響を離脱、頻度、金額の 3 つの顧客行動プロセスに分解し、それぞれを顧客のデモグラフィック変数と関連付けることによって、新規顧客獲得に対する有用な知見が得られた。これら 3 つの行動プロセスは生涯価値に逆の影響を与えてお互いに相殺することもあり、その場合 CLV に対する影響は正味では小さくなる。第 3 に、パラメータの推定誤差を考慮しないと CLV や弾力性などの推定に大きなバイアスが生じ、マネジャーの意思決定に重大な過ちが生じる可能性がある。第 4 に、RFM の 3 指標すべてを用いた顧客スコアリング・モデルは、たとえ、それが単純な 3 指標の平均ランキングであっても、顧客生涯価値の順番を比較的正確に推定できることが分かった。

---

\* 東京大学大学院経済学研究科・経済学部: 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1 (E-mail: abe@e.u-tokyo.ac.jp).

The wide use of RFM analysis in CRM suggests that these measures contain rather rich information about customer purchase behaviors. The existing literature provides conflicting findings on the relation between RFM and customer lifetime value (CLV), however, and several authors have advocated the need of further studies to provide empirical generalization. The present manuscript clarifies the issue through identification of the underlying customer traits characterized by the interrelated behaviors of purchase rate, lifetime, and spending per transaction using statistical RFM measures. The model also relates customer characteristics to the three behaviors, which, in turn, are linked to CLV to provide useful insight into customer acquisition.

Using frequent shoppers program data from a department store and a CD chain, several substantive issues are uncovered. First, correlations between purchase rate and spending can exist with the direction dependent on the data. When high purchase rate is associated with low spending, their relative magnitudes must be compared in order to assess the net impact on CLV. Second, useful insight into acquisition is gained by decomposing the impact of change in customer characteristics on CLV into three components: purchase rate, lifetime, and spending. The three components can exert influences in opposite directions, thereby canceling each other to produce a collectively reduced effect as the total on CLV. Third, not accounting for uncertainty in parameter estimation can cause large biases in metrics such as elasticity and CLV. Ignoring such biases can have a potentially serious consequence on managerial decisions. Fourth, incorporating all three RFM measures in a scoring model, even with a naïve equal weighting scheme, produces an accurate *ordering* of CLV. The finding supports the popularity of RFM analysis and regression-type scoring models among practitioners for segmenting and identifying good customers.

キーワード: RFM 分析, 顧客生涯価値 (CLV), 顧客関係管理 (CRM), 新規顧客獲得, ベイズ手法, Pareto/NBD モデル, MCMC 法

## 1. はじめに

顧客関係管理 (CRM) の核心にあるのが顧客生涯価値 (CLV) という概念であり, 長期的視野に基づいて優良顧客を識別し, 適切なマーケティング活動を通じて顧客との関係を構築することが重要である. CRM の現場では, RFM 分析が広く使われている. この事実から, リセセンサー (直近の購買からの経過時間), フリクエンシー (観測期間中の購買回数), マネタリバリュー (平均購買金額) という 3 指標は, その顧客の購買行動を端的に集約していると考えられる (Buckinx and Van den Poel (2005)). そのため, 個々の購買履歴はデータ量が膨大になるとして保管する能力がない企業でも, 最低限, 各顧客の RFM 指標は蓄積しているのが普通である (Hughes (2000)).

CLV の重要性と RFM 指標の有用性にも関わらず, 既存のマーケティング文献ではこれらの間に矛盾した関係が報告されている. Malthouse and Blattberg (2005) の調査では, CLV に対してフリクエンシーとマネタリバリューは正の関係が, リセセンサーは負の関係があることが確認されている. この関係が多くの実務家によって支持されていることは, Blattberg *et al.* (2009) の顧客生涯価値の一般経験化に関する論文でも述べられている. しかし同時にこの論文では, RFM と CLV の関係に矛盾する結果が少なくとも 5 本の学術論文において報告されていることが言及されており, 更なる研究の必要性を提唱している.

ここで注意しなくてはならないことは、RFM 自体は顧客の購買特性を直接、表わす指標ではなく、潜在的な購買特性の結果発生した購買行動を数値化した間接的な指標であることだ。特にリセンサーは分析者の観測時点に大きく影響される。例えば、最終購買から30日経過した時点（つまりリセンサーが30日）では、フリクエンシーの高い顧客（たとえば平均ひと月に3回）の方が低い顧客（たとえば平均3ヶ月に1回）よりも離脱している確率が高いため、同じリセンサーが観測されても生涯価値は異なる。また、購買特性である購買頻度はRFM指標の一つであるフリクエンシーとは違う。購買頻度とはその顧客が生存している期間中の購買回数である。一方、フリクエンシーは観測期間全体の購買回数をカウントするため、顧客が途中で離脱していれば、観測期間は前半の生存期間と後半の離脱期間の両方を含むことになる。

したがってFader *et al.* (2005) の等値CLVのプロットで見られるように、RFMの3指標間には複雑な相互関係がみられる。RFM間、そしてそれらとCLVとの関係をより厳密に検証するためには、消費者行動モデルを使ってRFMから潜在変数である購買特性を導き、それを分析することが必要である。顧客が離脱したかどうかを直接観測できない非契約型CRMの場合、適切な購買特性とは、購買頻度(Purchase rate)、生存期間(Lifetime)、1回当たりの購買金額(Spending per transaction) (頭文字を取ってPLS) という3指標であることがFader *et al.* (2005) によって主張されている。

しかしながら、PLSという購買特性を使っても、それらの中に矛盾した関係が報告されている。そのような研究の一部をリストにしたのが表1である。たとえば、Reinartz and Kumar (2003) は、購買金額(1ヶ月あたり)と生存期間に正の相関を観測している。Borle *et al.* (2008) は、離散時間に基づいた契約型CRMの分析で、購買頻度は生存期間と正の相関、購買金額(1回あたり)とは負の相関、そして生存期間と購買金額には無相関を確認している。Singh *et al.* (2009) では、購買頻度は生存期間と購買金額に負の相関、生存期間と購買金額には正の相関を報告している。Fader *et al.* (2005) は、彼らの分析したデータで購買頻度が生存期間や購買金額とは無相関であることを観測したが、この事実が他のデータでも一般に当てはまるのかは更なる検証が必要であると言及している。

それではなぜPLS、つまり購買頻度、生存期間、購買金額の関係を理解することが重要なのだろうか？たとえばBorle *et al.* (2008) はPとSの負の相関から、購買頻度が高い顧客の1回当たり購買金額は低い傾向があると結論付けている。その場合、購買頻度が高い顧客の生涯価値は高くなるのか、あるいは低くなるのかを知ることは、経営戦略上、どちらのタイプの顧客にマーケティング資源を投入するべきかという重要な意味を持つ。PLSがCLVに正味でどう影響するかを評価するためには、購買頻度の増加と1回当たりの購買金額の減少のトレードオフを正確に把握し、かつそれと同時に変化する生存期間の要因も考慮しなければならないのである。

表 1 購買頻度, 生存期間, 購買金額 (PLS) 間の相関関係が矛盾する研究結果.

	購買頻度と 生存期間 (P&L)	購買頻度と 購買金額 (P&S)	生存期間と 購買金額 (L&S)
Schmittlein and Peterson (1994)	N/A	0	+
Reinartz and Kumar (2003)	N/A	N/A	+
Reinartz <i>et al.</i> (2005)	+	N/A	N/A
Fader <i>et al.</i> (2005)	0	0	N/A
Borle <i>et al.</i> (2008)	+	-	0
Singh <i>et al.</i> (2009)	-	-	+

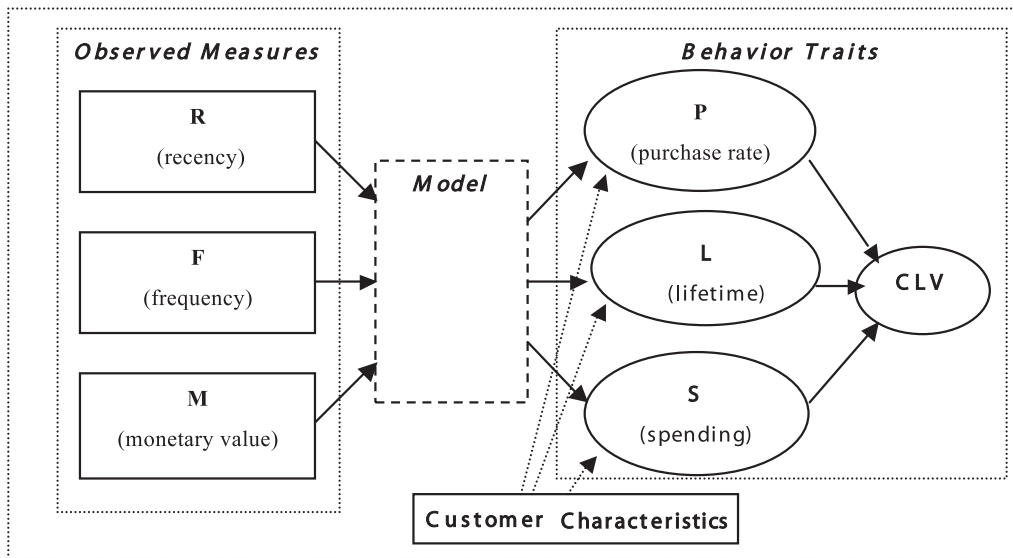


図 1 本研究のアプローチ. 観測された RFM 指標から, その根底にある顧客の PLS 行動特性を導き, それと CLV との関係を導く. また PLS 特性をデモグラフィック変数と関連づける.

図 1 に本研究の枠組みが示されている。購買履歴から観測された各顧客の RFM 指標に基づいて、PLS という相互関係にある購買特性を導き、それらを CLV と関連付ける。顧客別に PLS を推定することによって PLS 間の相関を評価し、それらが最終的に CLV とどう影響するのかを理解する。また PLS 値の違いを顧客のデモグラフィックス要因で説明することによって、生存期間の長い顧客や CLV の高い顧客の特徴を理解し、新規顧客獲得への知見につなげる。

本論文は以下のように構成されている。まず、大まかな研究アプローチを提示した後、RFM と PLS を結び付ける消費者行動モデルを提案し、さらに CLV との関係を導く。次にベイズ法に基づいたモデルの推定法を説明する。実証研究として、百貨店と CD チェーン店のポイントカードによって収集された 2 種類の顧客購買履歴データにモデルを適用して経営上の示唆を得て、最後に研究の結論とモデルの限界を述べる。

## 2. モデル

### 2.1 アプローチ

本研究における購買行動のモデル化では、「シンプル」と「個人レベル」という2つの大きな特徴があげられる。我々は、購買頻度、生存期間、購買金額という顧客の3特性をRFMというわずか3つの指標から導き出そうとしている。したがって、モデルはシンプル、ロバストであると同時に、正と負、両方向の相関が描写できるような柔軟性も備えている必要がある。また、異質な顧客の集計バイアスに関する複雑な問題 (Neslin and Shoemaker (1983), Fader and Hardie (2010)) を避けるためにも、個人レベルの行動モデルを構築することが望ましい。

ここでの「シンプル」かつ「個人レベル」の基礎となるのは、Schmittlein *et al.* (1987) (この先 SMC と呼ぶ) が非契約型 CRM で企業の顧客ベース (生存顧客数の期待値) を推定するために用いた顧客行動モデル、Pareto/NBD モデルである。Pareto/NBD モデルは、単純な消費者行動の仮定に基づいて、顧客が企業の活動的なクライアントとして生存/離脱しているかを RF データから確率的に算定する。CLV 研究において Pareto/NBD モデルは標準的に用いられている (Fader *et al.* (2005) (この先 FHL と呼ぶ), Reinartz and Kumar (2003), Schmittlein and Peterson (1994) (この先 SP と呼ぶ))。さらに顧客の異質性に対応するために、Pareto/NBD モデルを個人レベルで推定する階層ベイズによる拡張を用いる (阿部 (2008), Abe (2009))。

表2は今回の我々のモデルを SP と FHL という既存の CLV 分析モデルと対比させたものである。リセンサー/フリクエンシー (RF データ) のモデル化では、SP と FHL 両方とも、購買発生にポアソン・プロセス、生存期間に指数分布を仮定し、それぞれのパラメータが独立なガンマ混合分布にしたがうことによって顧客の異質性をモデル化している。マネタリバリュー (M データ) のモデル化では、SP は normal-normal モデル、つまり一人の顧客内の購買金額は正規分布を仮定し、顧客間の異質性はその平均パラメータが正規分布にしたがうことによってモデル化されている。

FHL は gamma-gamma モデル、つまり一人の顧客内の購買金額はガンマ分布を仮定し、顧客間の異質性はその平均パラメータがガンマ分布にしたがうことによってモデル化されている。いずれのアプローチも、個人レベルで行動モデルを構築し、そのパラメータを混合分布させることによって顧客の異質性をモデル化している。両者とも、パラメータの推定には経験ベイズ法を用いており、最尤法で推定された母集団で共通なパラメータを事前分布として、個人別パラメータをベイズ推定している。

本研究で提案するモデルにおいても、個人レベルの行動モデルでは SP や FHL と全く同じ仮定を置く。しかし顧客の異質性の部分では、購買特性 PLS の相互作用を描写するため、

表2 既存モデルとの比較.

既存の経験ベイズ・モデル			
データ	モデル	消費者行動	異質性の分布
RF (recency-frequency)	Pareto/NBD (SMC 1987)	ポアソン購買発生 ( $\lambda$ ) ランダム離脱/指数分布の 生存期間 ( $\mu$ )	$\lambda \sim \text{Gamma}$ $\mu \sim \text{Gamma}$ $\lambda$ と $\mu$ は独立
M (monetary)	normal-normal (SP 1994)	正規分布の購買金額 (平均 $\theta$ )	$\theta \sim \text{Normal}$ $\theta, \lambda, \mu$ は独立
	gamma-gamma (FHL 2005)	Gamma 分布の購買金額 (スケール $\nu$ )	$\nu \sim \text{Gamma}$ $\nu, \lambda, \mu$ は独立

提案する階層ベイズ・モデル

データ	モデル	消費者行動	異質性の分布
RF (recency-frequency)	Poisson/exponential (阿部 (2008), Abe (2009))	ポアソン購買発生 ( $\lambda$ ) ランダム離脱/指数分布の 生存期間 ( $\mu$ )	$\lambda, \mu, \eta \sim \text{MVL}$ $\lambda, \mu, \eta$ は相関
M (monetary)	lognormal-lognormal (本研究)	対数正規分布の購買金額 (ロケーション $\eta$ )	

より柔軟な混合分布を階層ベイズの枠組みにしたがってモデル化している。モデルの詳細を説明する前に、ここでのアプローチを以下にまとめてみよう。

- (1) 顧客行動に関する仮定は最小限で、それらは既存研究でも広く適用されている。
- (2) 本研究で用いられた MCMC 法によるベイズの枠組みでは、顧客別にパラメータの分布が推定される。またこれを足し上げれば母集団レベルの結果が得られるため、集計操作には混合分布で重み付けした複雑な積分を行う必要がない。
- (3) MCMC 推定法は、漸近理論を使わずにパラメータを点推定ではなく事後分布として求めるため、統計的仮説検定のための誤差が正確に推定できる。
- (4) パラメータを共変量の関数とする階層モデルが簡単に構築できる。

## 2.2 モデルの仮定

### 2.2.1 顧客行動の仮定

(仮定 1) 顧客の購買は、生存期間中、パラメータ  $\lambda$  のポアソン・プロセスにしたがう。

(仮定 2) 顧客の生存期間は、パラメータ  $\mu$  の指数分布にしたがう。つまり、顧客の離脱は、現時点までの生存期間にかかわらずランダムに離脱率  $\mu$  で発生する。

(仮定 3) 顧客内 の購買金額は、パラメータ  $\eta$  の対数正規分布にしたがう。

仮定 1 と 2 は Pareto/NBD モデルにおける顧客行動の仮定と全く同じであるため、その妥当性は他の論文を参照して欲しい (FHL; Reinartz and Kumar (2000, 2003), SMC; SP)。

仮定3の理由としては、(1) 購買金額は正值であること、(2) 個人内の購買金額をヒストグラムで観察すると左右非対称の対数正規分布に類似していること、が挙げられる。前節で紹介したように、SP と FHL は各顧客内の購買金額の分布に、それぞれ、正規分布とガンマ分布を仮定している。

### 2.2.2 顧客の異質性に関する仮定

(仮定4) 購買頻度のパラメータ  $\lambda$ 、生存期間のパラメータ  $\mu$ 、そして顧客内購買金額のパラメータ  $\eta$  は、多変量対数正規分布にしたがう。

ここでは、購買頻度と生存期間と顧客内購買金額の相関構造をモデル化している。仮定4は、 $\log(\lambda)$ 、 $\log(\mu)$ 、 $\log(\eta)$  が多変量正規分布にしたがうことを意味しているため、その分散共分散行列は、標準的なベイズ法で簡単に推定できる。Pareto/NBD モデルに normal-normal (SP) あるいは gamma-gamma (FHL) 購買金額を組み合わせたモデルでは、3つの行動プロセスは独立と仮定している。この独立仮定は制約的であることから、SP と FHL では、使用したデータがこの独立仮定を満たしているかのチェックを入念に行っている。本論文では独立仮定の妥当性を検証するために、多変量対数正規分布に相関があるモデルと相関がないモデルとの比較を行う。また、顧客の異質性に異なった分布形状を仮定した影響を探るために、独立対数正規分布を使ったモデルと独立ガンマ分布を用いたモデルを比較する。

## 2.3 数学的表記

リセenserとフリクエンシー・データに関しては、SMC や FHL らが用いた標準的な表記  $(x, t, T)$  にしたがう。これは、阿部 (2008) の図3にも図示されているので参照して欲しい。最初の購買は時間0に発生し、その顧客の購買は時間  $T$  まで観測される。 $x$  は観測期間  $(0, T]$  に発生したリピート購買の回数(初回の購買を含まない)を表し、最後のリピート購買 ( $x$  回目) は時点  $t$  に起きる。したがって、リセenserは  $T-t$  と定義できる。 $\tau$  は顧客の生存時間を表すが、データが時点  $T$  で打ち切られているため、 $\tau$  は観測されない。また、ある顧客の  $n$  回目の購買金額を  $s_n$  と表記する。ここでの数学的表記を用いると、前節のモデルの仮定は以下のように表される。

$$P[x | \lambda] = \begin{cases} \frac{(\lambda T)^x}{x!} e^{-\lambda T} & \text{if } \tau > T \\ \frac{(\lambda \tau)^x}{x!} e^{-\lambda \tau} & \text{if } \tau \leq T \end{cases} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

$$f(\tau | \mu) = \mu e^{-\mu \tau} \quad \tau \geq 0 \quad (2.2)$$

$$\log(s_n) \sim N(\log(\eta), \omega^2) \quad s_n > 0 \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \log(\lambda) \\ \log(\mu) \\ \log(\eta) \end{bmatrix} \sim MVN \left( \theta_0 = \begin{bmatrix} \theta_\lambda \\ \theta_\mu \\ \theta_\eta \end{bmatrix}, \Gamma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \sigma_{\lambda\mu} & \sigma_{\lambda\eta} \\ \sigma_{\mu\lambda} & \sigma_\mu^2 & \sigma_{\mu\eta} \\ \sigma_{\eta\lambda} & \sigma_{\eta\mu} & \sigma_\eta^2 \end{bmatrix} \right) \quad (2.4)$$

ここで  $N$  と  $MVN$  は、それぞれ、単変量と多変量正規分布を意味し、 $\omega^2$  は顧客内の対数購買金額の分散を表す。

## 2.4 購買回数、総購買金額、顧客生涯価値の導出

顧客レベルのパラメータ  $(\lambda, \mu)$  から、その顧客が一定期間内  $w$  に購買する回数の期待値は、以下のように  $E(\psi)$  を計算することによって求められる。

$$E[X(w) | \lambda, \mu] = \lambda E[\psi] = \frac{\lambda}{\mu} (1 - e^{-\mu w}) \quad \text{ただし, } \psi = \min(\tau, w). \quad (2.5)$$

この期間中の期待総購買金額は、(2.5) 式の期待購買回数  $E[X(w) | \lambda, \mu]$  と 1 回当たりの期待購買金額  $E[s_n | \eta, \omega]$  の積から以下になる。

$$E[\text{sales}(w) | \lambda, \mu, \eta, \omega] = E[s_n | \eta, \omega] E[X(w) | \lambda, \mu] = \eta e^{\omega^2/2} \frac{\lambda}{\mu} (1 - e^{-\mu w}). \quad (2.6)$$

通常、マージンやコストに関する情報は顧客データからは分からないため、本研究では、価値を利益ではなく売上げと定義して、顧客生涯価値 (CLV) の導出をする。連続時間では顧客の CLV は一般に以下で表される。

$$CLV = \int_0^{\infty} V(t)R(t)D(t)dt$$

ここで、 $V(t)$  は時点  $t$  における顧客価値 (期待売上げ)、 $R(t)$  は生存関数 (顧客が  $t$  期間以上、生存する確率)、 $D(t)$  は時間に関する割引率である (FHL; Rosset *et al.* (2003)). これらは仮定 1 から 3 によると、 $V(t) = \lambda E[s_n]$  (ただし  $s_n$  は対数正規分布にしたがうため、(2.6) 式で示されたように  $E[s_n] = \eta \exp(\omega^2/2)$ ),  $R(t) = \exp(-\mu t)$  になる。割引の年率  $d$  を連続時間で複利計算すると、 $D(t) = \exp(-\delta t)$ 、ただし時間の単位は「年」で、 $\delta = \log(1 + d)$  となる。これらを代入すると、CLV は以下の単純な式で表すことができる。

$$CLV = \int_0^{\infty} V(t)R(t)D(t)dt = \int_0^{\infty} \lambda \eta e^{\omega^2/2} e^{-\mu t} e^{-\delta t} dt = \frac{\lambda \eta e^{\omega^2/2}}{\mu + \delta} \quad (2.7)$$

したがって、RFM データから各顧客の  $\lambda, \mu, \eta, \omega^2$  が推定できれば、CLV は (2.7) 式を使って簡単に計算することができる。

## 2.5 顧客デモグラフィック変数の組み込み

購買履歴データの存在しない新規顧客を、性別や年齢などのデモグラフィック要因に基づいて獲得する場合、顧客間の PLS パラメータ値の違いをこれらの外部要因で説明することが有益である。そこで仮定 4 を拡張して、顧客  $i$  のパラメータ  $(\lambda_i, \mu_i, \eta_i)$  を  $K$  個のデモグラフィック変数  $d_i$  ( $K \times 1$  ベクトル) で回帰させた階層モデルを構築する。

$$\begin{bmatrix} \log(\lambda_i) \\ \log(\mu_i) \\ \log(\eta_i) \end{bmatrix} \sim MVN \left( \theta_i = B d_i, \Gamma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{\lambda}^2 & \sigma_{\lambda\mu} & \sigma_{\lambda\eta} \\ \sigma_{\mu\lambda} & \sigma_{\mu}^2 & \sigma_{\mu\eta} \\ \sigma_{\eta\lambda} & \sigma_{\eta\mu} & \sigma_{\eta}^2 \end{bmatrix} \right) \quad (2.8)$$



ただし、 $B$  は  $3 \times K$  の行列である。  $d_i$  が 1 であるスカラーの場合、デモグラフィック変数は含まれず、顧客全体の平均値、  $\theta_0 = \theta_i$  ( $\forall i$ ) が推定される。

## 2.6 弾力性の導出

CLV に対する (a)  $\lambda, \mu, \eta$  の弾力性と (b)  $d_i$  の弾力性は、経営上、有益な示唆をもたらす。 (a) の弾力性は、(2.7) 式から以下のように算出できる。

$$E_{\lambda}^{CLV} = \frac{\partial CLV / CLV}{\partial \lambda / \lambda} = 1, \quad E_{\mu}^{CLV} = -\frac{\mu}{\mu + \delta}, \quad E_{\eta}^{CLV} = 1, \quad (2.9)$$

これによると、購買頻度あるいは 1 回当たりの購買金額が 1% 増加すると CLV は丁度 1% 増加し、顧客離脱率が 1% 減少すると CLV は割引率  $\delta$  によるが 1% 未満しか増加しないことが分かる。割引率が高いほど将来の購買金額が差し引かれるため、離脱率を減らす（つまり生存期間を延ばす）効果が CLV の増加に反映されにくくなる。

(b) のデモグラフィック変数の弾力性は、購買頻度、生存期間、購買金額という 3 つのルートを通じて、CLV に影響を与える。  $d_{ik}$  を顧客  $i$  の  $k$  番目のデモグラフィック変数と定義して、(2.8) 式と (2.9) 式を使うと以下になる。

$$\begin{aligned} E_{d_{ik}}^{CLV} &= \frac{\partial CLV_i / CLV_i}{\partial d_{ik} / d_{ik}} \\ &= \left[ \frac{\partial CLV_i}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_{ik}} + \frac{\partial CLV_i}{\partial \mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial d_{ik}} + \frac{\partial CLV_i}{\partial \eta_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial d_{ik}} \right] \frac{d_{ik}}{CLV_i} \\ &= \left[ b_{\lambda k} - \frac{b_{\mu k} \mu_i}{\mu_i + \delta} + b_{\eta k} \right] d_{ik} \\ &= E_{p_{d_{ik}}}^{CLV} + E_{l_{d_{ik}}}^{CLV} + E_{s_{d_{ik}}}^{CLV} \end{aligned} \quad (2.10)$$

ただし、  $b_{lk}$  は行列  $B$  の  $(l, k)$  セルの値を表す。微分のチェーンルールから、CLV に対するデモグラフィック変数の弾力性は、購買頻度、生存期間、購買金額の 3 要因に対する弾力性、  $E_p, E_l, E_s$  の和になる。

## 3. モデルの推定

第 2 節では、顧客の行動仮定 1～3 に基づいて、購買頻度、生存期間、購買金額をモデル化し、CLV が (2.7) 式の簡単な公式で表されることを示した。この節では、MCMC を使った提案モデルの推定法を紹介する。

### 3.1 購買発生モデル (購買頻度と生存期間) の推定

購買発生モデルの推定には、MCMC によるデータ補完を使った手法を用いる。詳細は、阿部 (2008) の「階層ベイズによる Pareto/NBD モデルの改良」を参照して欲しい。非契約型 CRM では、時点  $T$  において顧客がまだ生存しているか ( $z = 1$ ) は観測されない。も

し離脱していた場合 ( $z = 0$ ) には、離脱時期  $y$  ( $y < T$ ) も分からない。そこで、 $z$  と  $y$  を潜在変数と見なして、MCMC 法を使ってその条件付き確率分布から乱数を発生させる。

### 3.2 購買金額モデルの推定

顧客の RFM データは  $\{x, t, T, as\}$  と表せる。リセンサーとフリクエンシーは、2.3 節で説明した SMC や FHL の表記である  $x, t, T$  に該当する。マネタリバリューは各顧客の平均購買金額  $as$  (average spending) に該当するが、顧客内の購買金額のバラツキを表す (2.3) 式のパラメータ  $\omega^2$  は RFM データからは分からない。顧客の購買履歴を使えば  $\omega^2$  は簡単に推定することが出来るため、過去のパネルデータから推測して、本研究では既知であると仮定する。

仮定 3 から、パラメータ  $\log(\eta)$  は標準的な正規分布の平均のベイズ推定なので、事後平均は精度で重み付けした事前平均とデータ平均の加重和になる。ただしこの手法を使うためには、データ平均として購買金額の対数の平均 (幾何平均の対数と同等) が必要なのだが、マネタリバリューは算術平均である。そこで購買金額の対数の平均は、以下のように近似する。

(2.3) 式より、 $\log(s_n) \sim N(\log(\eta), \omega^2)$  から、 $E[s_n] = \exp(\log(\eta) + \omega^2/2)$  が成立する。各平均を標本平均で置き換えると、 $\frac{1}{x} \sum_{n=1}^x s_n \cong \exp(\frac{1}{x} \sum_{n=1}^x \log(s_n) + \omega^2/2)$  となり、(3.1) 式の近似が得られる。

$$\frac{1}{x} \sum_{n=1}^x \log(s_n) \cong \log(as) - \frac{1}{2}\omega^2 \quad (3.1)$$

この近似方法を 4 章で用いられる百貨店データの顧客 400 人で評価した結果、観測値と近似値の相関は 0.927、平均絶対パーセント誤差は 6.8% であった。

### 3.3 事前分布の設定

(2.8) 式で示されている顧客  $i$  の購買頻度、生存期間、購買金額に関するパラメータ・ベクトルを  $\varphi_i = [\log(\lambda_i), \log(\mu_i), \log(\eta_i)]'$  と定義する。ここでの目的は、観測された顧客  $i$  の RFM データ  $\{x_i, t_{xi}, T_i, as_i; \forall i\}$  から、パラメータ群  $\{-\varphi_i, y_i, z_i, \forall i; B, \Gamma_0\}$  を推定することである。階層サイズのフレームワークでは、個人レベルのパラメータ  $\varphi_i$  の事前分布は  $MVN(Bd_i, \Gamma_0)$  になる。また、ハイパパラメータ  $B$  と  $\Gamma_0$  の事前分布には、それぞれ、以下のような多変量正規分布と逆ウィシャート分布を選んだ。

$$\text{vec}(B) \sim MVN(b_{00}, \Sigma_{00}), \quad \Gamma_0 \sim IW(\nu_{00}, \Gamma_{00})$$

これらは多変量ベイズ回帰分析における標準的な共役事前分布であり、定数はハイパパラメータに対して十分に拡散した事前分布となるような値に設定した。

### 3.4 MCMC プロセス

前節の事前分布に基づいて、MCMC 法を使って、パラメータ群  $\{\varphi_i, y_i, z_i, \forall i; B, \Gamma_0\}$  を推定する。これらの同時確率密度を推定するには、各パラメータを残りのパラメータの値が所与の条件付き確率分布から乱数発生するプロセスを、解が収束するまで逐次的に繰り返せばよい。アルゴリズムの詳細は付録を参照されたい。いくつかの条件付き確率は標準的な分布ではないため、それらの乱数の発生にはメトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズムを用いる(阿部・近藤(2005), 和合(2005), 照井(2008))。確率空間から万遍なくサンプリングするために、受容率が40%程度になるよう、提案分布の散乱を調整した(Gelman *et al.* (1995))。

## 4. 実証分析

本論文では提案モデルを HB (hierarchical Bayes) モデルと呼び、2種類の顧客購買データを用いて既存モデルとの比較、検証を試みる。データは、百貨店と CD チェーン店の FSP (フリークエント・ショッパーズ・プログラム) で収集された顧客購買記録である。FSP は、日本ではポイントカード制度と同等である。

### 4.1 百貨店の FSP データ

このデータは阿部(2008)でも使われた、日本の某百貨店における FSP メンバーの購買履歴である。観測期間は2000年7月1日から2001年6月29日までの52週間で、2000年7月中に FSP のメンバーになった顧客の中から400人をランダムに抽出して、分析の対象とした<sup>1)</sup>。最初と最後の26週間でデータを、それぞれ推定用と検証用に分けた。データに含まれる顧客のデモグラフィック情報は、性別、年齢と住所だった。しかし、顧客の多くが通勤・通学途中の乗り換えの際にこの百貨店に寄るため、住所と店舗との地理的な距離は必ずしも店へのアクセスの容易さと関係していない。ここでは総訪問回数の中で食品を購入した訪問回数の割合を変数 Food と定義し、これを店舗へのアクセスのしやすさを表す説明変数としてモデルに組み込んだ。したがって Food は0から1の値—もし顧客が全ての店舗訪問で食品を購入していれば1.0、2回の訪問に対して食品の購買が1回の割合であれば0.5、全ての店舗訪問で食品を一度も購買していなければ0—となる。

推定用データの記述統計が表3に示されている。リピート購買回数  $x$  は0回が17名いるが101回という顧客もおり、1日おきぐらいに購買している顧客も多数いる。購買間隔日数の分布を顧客別に調べると、概ね指数分布の形状をしていることから、この購買プロ

<sup>1)</sup> 本論文の HB モデルでは、標本数(顧客数)が推定結果に与える影響は少ないと考えられる。その理由は、顧客をプールしたデータは事前分布の構築のみに使われ、事後分布は顧客別にその顧客の購買データのみからベイズ推定されるためである。したがって、推定精度を向上するために標本数(顧客数)を増加しても、事前分布の精度は向上するが、事後分布への貢献は少ない。

表3 百貨店 FSP データの記述統計.

	平均	標準偏差	最小	最大
リピート購買数	16.02	16.79	0	101
観測期間 $T$ (日数)	171.24	8.81	151	181
リーゼンシー ( $T-t$ ) (日数)	24.94	42.82	0	181
平均購買金額 ( $\times 10^5$ yen)	0.067	0.120	0.0022	1.830
Food	0.79	0.273	0	1
Age	52.7	14.6	22	87
Female	0.93	0.25	0	1

セスはポアソン仮定を満たしていることが確認できる. 3.2 節で述べたように, 顧客内の購買金額のバラツキを表すパラメータ  $\omega^2$  は, 過去のパネルデータから 0.895 と推定された.

#### 4.1.1 モデルの検証

MCMC ステップは 15,000 回繰り返され, そのうち最後の 5,000 ステップをパラメータの事後分布の構築に使った. 収束はグラフ上での目視に加えて, Geweke のテスト (Geweke (1992)) で確認した.

表 4 は, 3 つの入れ子型 HB モデル: 独立モデル (分散共分散行列  $\Sigma_0$  は対角行列で説明変数は組み込まない), 相関モデル ( $\Sigma_0$  は非対角要素も推定するが説明変数は組み込まない), フルモデル ( $\Sigma_0$  は非対角要素も推定し説明変数を組み込む) の推定結果を報告したものである. フルモデルの周辺対数尤度が一番, 高かった. また, 3 つの説明変数: Food, 性別 (Female ダミー), 年齢, のサブセットを組み込んだモデルは, フルモデルよりも周辺対数尤度が低かったため, 表 4 では報告していない.

後半 26 週間の検証用データを使って, (2.5) 式と (2.6) 式で導かれた期待購買回数と期待総購買金額の予測を, フル HB モデルと Pareto/NBD に基づいた既存モデル<sup>2)</sup>とで比較した. 図 2 は, HB モデルと Pareto/NBD モデルで予測される顧客の期待購買回数を集計し, 週ごとに累積してプロットしたものである. 垂直の点線は推定と検証期間を分けている. 視覚的には, どちらのモデルも実際の累積購買回数を近似できているように見受けられる. 平均絶対誤差率 (MAPE) を計算すると, 推定期間中は両モデルとも同じレベルであったが (2.5%), 検証期間中では HB モデルが Pareto/NBD モデルより優れていた (1.3% vs. 1.9%).

非集計レベルにおけるモデル精度は, 推定期間の購買回数ごとに顧客をグループ化し, 検証期間に予測される平均購買回数と平均総購買金額をそれぞれプロットした図 3 と図 4

<sup>2)</sup> 既存モデルでは, 顧客  $i$  の推定期間中の平均購買金額 ( $as_i$ ) を Pareto/NBD モデルで予測される期待購買回数にかけたものを  $i$  の期待総購買金額とした.

表 4 HB モデルの推定結果 (百貨店).

		独立 HB	相関 HB	フル HB
購買頻度 $\log(\lambda)$	切片	-0.82 (-0.93, -0.72)	-0.81 (-0.92, -0.71)	-2.03 (-2.52, -1.51)
	Food	—	—	1.50* (1.11, 1.89)
	Age	—	—	-0.21 (-0.84, 0.40)
	Female (male = 0)	—	—	0.15 (-0.20, 0.48)
離脱率 $\log(\mu)$	切片	-6.24 (-7.03, -5.52)	-6.13 (-7.10, -5.56)	-5.03 (-6.49, -3.57)
	Food	—	—	-1.09 (-2.66, 0.26)
	Age	—	—	-0.34 (-2.35, 1.49)
	Female (male = 0)	—	—	0.01 (-1.20, 1.38)
購買金額 $\log(\eta)$	切片	-3.59 (-3.67, -3.51)	-3.57 (-3.64, -3.49)	-3.23 (-3.61, -2.86)
	Food	—	—	-1.34* (-1.62, -1.06)
	Age	—	—	1.18* (0.71, 1.65)
	Female (male = 0)	—	—	0.11 (-0.15, 0.39)
相関係数 ( $\log(\lambda), \log(\mu)$ )	—	-0.33 (-0.59, 0.01)	-0.24 (-0.51, 0.09)	
相関係数 ( $\log(\lambda), \log(\eta)$ )	—	-0.28* (-0.39, -0.17)	-0.14* (-0.25, -0.01)	
相関係数 ( $\log(\mu), \log(\eta)$ )	—	-0.01 (-0.31, 0.27)	-0.07 (-0.35, 0.24)	
周辺対数尤度		-2111	-2105	-2078

(括弧内の数値は 95% 高確率密度 (HPD) 信用区域)

\* は HPD が 0 を含まないことを表す.

で視覚的に確認できる. いずれの図からも, HB モデルが Pareto/NBD モデルより優れていることが分かる.

表 5 は, Pareto/NBD モデルと 3 つの HB モデルの非集計レベルにおける精度指標として, 顧客別に推定された購買回数 (金額) と実際に観測された回数 (金額) の相関係数と平均二乗誤差 (MSE) を推定と検証期間で評価したものである. Pareto/NBD モデルと独立 HB

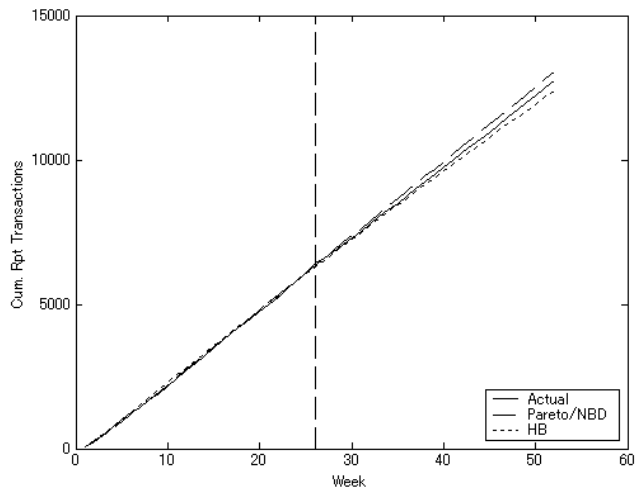


図2 週別の累積購買回数. 垂直の点線は推定と検証期間を分ける. HB モデルと Pareto/NBD モデル, どちらも実際の累積購買回数をよく近似している.

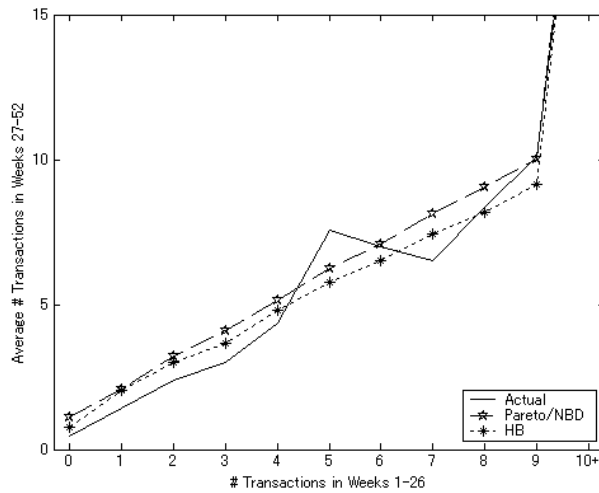


図3 顧客セグメント別の検証期間の購買回数の予測. 推定期間中の購買回数で分けた顧客セグメント別に, 検証期間中の購買回数を予測すると, 提案された HB モデルの方が Pareto/NBD モデルより優れていることが分かる.

モデルの違いは, 推定方法がそれぞれ, 経験ベイズか階層ベイズか他に, 混合分布による  $\lambda$  と  $\mu$  の顧客異質性のモデル化で, 前者は独立ガンマ分布, 後者は独立対数正規分布が使われていることにある. 購買金額による基準では, 独立 HB モデルの方が Pareto/NBD モデルより検証期間では優れているが, 推定期間では若干, 劣っている. したがって異質性の分布形状としては, ガンマでも対数正規でも大差がない. パラメータ間の独立制約を

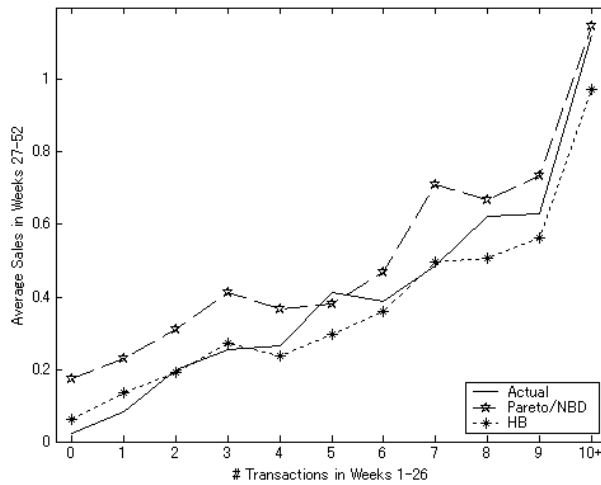


図4 顧客セグメント別の検証期間の購買金額の予測。推定期間中の購買回数で分けた顧客セグメント別に、検証期間中の購買金額を予測すると、提案された HB モデルの方が Pareto/NBD モデルより優れていることが分かる。

表5 Pareto/NBD と HB モデルの非集計レベルでのフィット (百貨店)。

		Pareto/NBD	独立 HB	相関 HB	フル HB
購買金額	相関				
	検証期間	0.80	0.83	0.83	0.83
	推定期間	0.99	0.99	0.99	0.99
MSE	検証期間	0.39	0.35	0.35	0.35
	推定期間	0.02	0.06	0.06	0.06
購買回数	相関				
	検証期間	0.90	0.90	0.90	0.90
	推定期間	1.00	1.00	1.00	1.00
MSE	検証期間	57.7	57.1	57.0	56.5
	推定期間	1.22	4.61	4.06	3.92

除いたり、デモグラフィック説明変数を組みこんだりする効果は、独立 HB モデルをそれぞれ、相関 HB モデルとフル HB モデルで比較することで評価できる。表5の結果からは、モデルフィットはそれほど向上しないことが読み取れる。

以上、検証結果をまとめると、購買回数と購買金額に関しては、集計レベルと非集計レベルいずれの基準においても、フル HB モデルは既存の Pareto/NBD モデルより優れていることが分かった。ただ、その違いはそれほど大きくないため、事前分布の形状の違いが事後分布の結果に与える影響は小さいといえる。HB モデルの本当の利点は、次節で紹介するように、予測の精度ではなくパラメータ推定値の解釈にある。

#### 4.1.2 パラメータ推定値の解釈

前節でフル HB モデルの妥当性を確認したので、そのパラメータの推定結果を表 4 から解釈しよう。一番影響力の強い説明変数は、食品を購入した訪問回数の割合であり、店舗へのアクセスの容易さを表す Food で、購買頻度 ( $\log(\lambda)$ ) に対して正、購買金額 ( $\log(\eta)$ ) に対して負となった。この結果は、同じデータを使った阿部 (2008) の Pareto/NBD モデルの階層サイズによる改良において、平均購買金額という説明変数が購買頻度 ( $\log(\lambda)$ ) に対して負となった事実と整合性がある。ここでの経営上の示唆は、食品購入者は 1 回当たりの購買金額は低いが、購買回数が多いということで、このことは現場のマネジャーへのインタビューからも確認されている。もうひとつの有効な説明変数は、購買金額 ( $\log(\eta)$ ) に対する年齢で、正の符合になっている。これは、年配の顧客ほど 1 回当たりの購買金額が高いことを示しており、直感とも一致する。所得の低い老人ならば、買い物は近所の量販店ですませて、わざわざ都心の百貨店に出かけたりしないであろう。

次に購買頻度 ( $\log(\lambda)$ )、離脱率 ( $\log(\mu)$ )、購買金額 ( $\log(\eta)$ ) のパラメータ間の関係を見よう。この 3 つの行動プロセスが独立しているという仮定の妥当性を検証するためには、 $\Gamma_0$  の非対角要素を分析する必要があるが、フル HB モデルではなく、説明変数を含まない相関 HB モデルの  $\Gamma_0$  を調べなければならない。その理由は、もし 3 プロセスの相関関係が全て説明変数で説明できてしまえば、フル HB モデルの誤差項の共分散  $\Gamma_0$  には相関が残らないからである。

表 4 の相関 HB モデルの結果を見ると、 $\log(\lambda)$  と  $\log(\mu)$  の相関は有効でないため、これは Pareto/NBD モデルの購買頻度と生存期間の独立な仮定を満たしていると言える。次に、 $\log(\lambda)$  と  $\log(\eta)$  の相関は負で有効となっており、これはフル HB モデルにおいて Food のパラメータの推定値が  $\log(\lambda)$  と  $\log(\eta)$  に対して逆の符号になっている事実と整合性がある。各顧客の  $\lambda_i$  と  $\eta_i$  ( $i = 1, \dots, 400$ ) の事後平均を散布図にプロットして、この関係を視覚化したものが図 5 である。

したがって、少なくともこのデータでは、Pareto/NBD に基づいたモデル (SP と FHL) の仮定である、購買頻度と購買金額の独立性が満たされていない。SP や FHL のモデルを用いる場合には、彼らの論文にも書かれているように、この仮定が満たされているか、事前にデータのチェックを入念に行う必要がある。この負の相関が経営上に示唆することは、購買頻度の高い顧客ほど 1 回当たりの購買金額が低いということである。さらにフル HB モデルの結果から分かるように、この相関は、顧客のデモグラフィック変数—Food, 年齢, 性別—の影響を取り除いた後でも存在する。また、購買頻度と生存期間、あるいは生存期間と購買金額には相関は認められなかった。



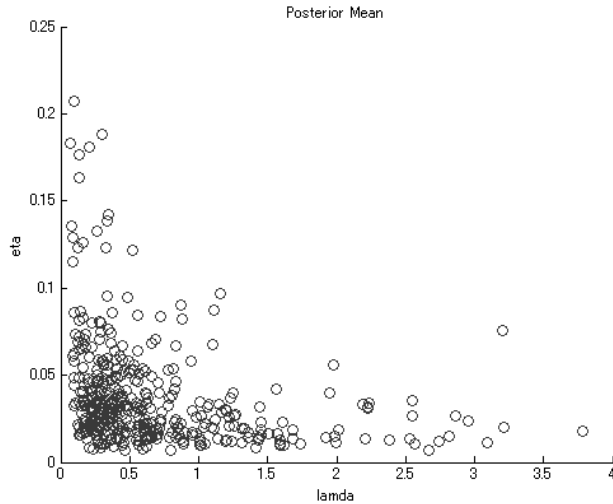


図5 各顧客の  $\lambda$  と  $\eta$  の事後平均の散布図. 各点は一人一人の顧客の推定値  $\lambda_i$  と  $\eta_i$  ( $i = 1, \dots, 400$ ) を表す. 購買頻度 ( $\lambda$ ) と 1 回当たりの購買金額 ( $\eta$ ) には負の相関が確認できる.

#### 4.1.3 顧客生涯価値 (CLV)

表6は、CLVに関してベスト10とワースト10の20人の顧客の9つの顧客別統計値を示したものである。これらの統計値は、 $\lambda_i, \mu_i, \eta_i$  の事後平均、最終購買以降の期待生存期間、1年後の維持率、観測終了時点での生存確率、検証期間中の期待購買回数((2.5)式)と総購買金額((2.6)式)、そしてCLV((2.7)式)である。CLVの算出には、FHLと同じく、年間割引率15% (週単位では  $\delta = 0.0027$ ) を用いた。最後の3行は、それぞれ400人の9統計値の平均値、最小値、最大値を表す。

これらの統計値は顧客によって大きく異なることが分かる。期待生存期間の平均は10.0年であるが、最長24.7年から最小1.3年までの幅がある。観測終了時点(2001/6/29)の生存確率の平均は0.93であるが、顧客によって0.18から1.00と大きく違う。検証期間26週間中の期待購買回数の平均は16.0回、期待総購買金額は74,000円である。CLVは4万円から1,020万円の幅があり、平均は69万円となっている。

図6の実線は、顧客をCLVの高い順に並び替え、 $x$ 軸に顧客の数を、 $y$ 軸にその累積生涯価値(最大を1.0に基準化)をプロットした、CRMでゲインチャートと呼ばれるグラフである。図6には、その他2本のゲインチャートが描かれている。顧客をリセセンサーの短い順に並び替えて描いたものが点ダッシュ線、顧客をリセセンサー、フリクエンシー、マネタリバリュー3つのランキングの平均が高い順に並び替えて描いたものがダッシュ線になる。顧客がランダムに並んでいる場合の累積生涯価値は45度の直線になる。実際、多くの企業ではリセセンサーのみの基準で顧客をランク付けしているが、CLVの高い優良顧客はうまく識別されていないことが、この図から覗える。逆に、リセセンサーの他にフリクエン

表6 トップ10とボトム10の顧客別統計値(百貨店).

顧客 ランク	事後平均 $\lambda$	事後平均 $\mu$	事後平均 $\eta$	最終購買以 降の期待生 存時間(年)	1年後の 維持率	観測終了 時点での 生存確率	検証期間 中の期待 購買回数	検証期間 中の総購 買金額 ( $\times 10^5$ 円)	CLV ( $\times 10^5$ 円)
1	3.20	0.00165	0.075	24.7	0.926	1.000	81.5	9.61	102.0
2	1.98	0.00173	0.056	21.5	0.922	1.000	50.3	4.38	45.4
3	1.15	0.00205	0.097	19.9	0.910	0.999	29.2	4.43	45.1
4	2.55	0.00188	0.036	22.1	0.918	1.000	64.7	3.60	37.2
5	1.11	0.00338	0.088	11.3	0.862	0.997	27.7	3.80	33.9
6	2.23	0.00191	0.034	22.4	0.916	1.000	56.7	3.01	31.0
7	2.86	0.00206	0.027	18.6	0.910	0.999	72.5	3.01	30.3
8	1.10	0.00202	0.067	19.3	0.910	0.996	27.8	2.93	29.6
9	2.19	0.00206	0.034	19.7	0.909	1.000	55.5	2.91	29.3
10	0.87	0.00273	0.090	13.8	0.886	0.999	21.9	3.09	29.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
391	0.29	0.01218	0.011	3.3	0.665	0.379	1.7	0.03	0.6
392	0.15	0.00750	0.016	5.7	0.754	0.803	2.7	0.07	0.6
393	0.29	0.01151	0.011	3.4	0.666	0.381	1.8	0.03	0.6
394	0.10	0.03915	0.049	1.4	0.463	0.436	0.7	0.05	0.6
395	0.38	0.02974	0.009	2.1	0.555	0.182	0.5	0.01	0.6
396	0.10	0.04307	0.044	1.4	0.480	0.450	0.7	0.05	0.5
397	0.24	0.00586	0.008	6.5	0.786	0.951	5.5	0.07	0.5
398	0.20	0.00699	0.009	6.1	0.762	0.862	4.1	0.06	0.5
399	0.10	0.04713	0.034	1.3	0.454	0.420	0.7	0.04	0.4
400	0.14	0.01709	0.016	2.2	0.581	0.601	1.6	0.04	0.4
ave	0.66	0.00564	0.038	10.0	0.823	0.929	16.0	0.74	6.9
min	0.07	0.00165	0.007	1.3	0.454	0.182	0.5	0.01	0.4
max	3.78	0.04713	0.207	24.7	0.926	1.000	96.1	9.61	102.0

シーとマネタリバリューという3つの指標を使うと、これらのランキングの単純平均でも、優良顧客の識別が比較的うまくできていることが分かる。このことは、優良顧客を判別する上で、RFMの3指標すべてを用いたRFM分析や顧客スコアリングの実務での有用性を支持するものである。ここで注意しなければならないことは、RFM指標はCLVのランキングを予測する上では有効でも、CLVの絶対的な値はモデルを使わなければ算出することができないということである。

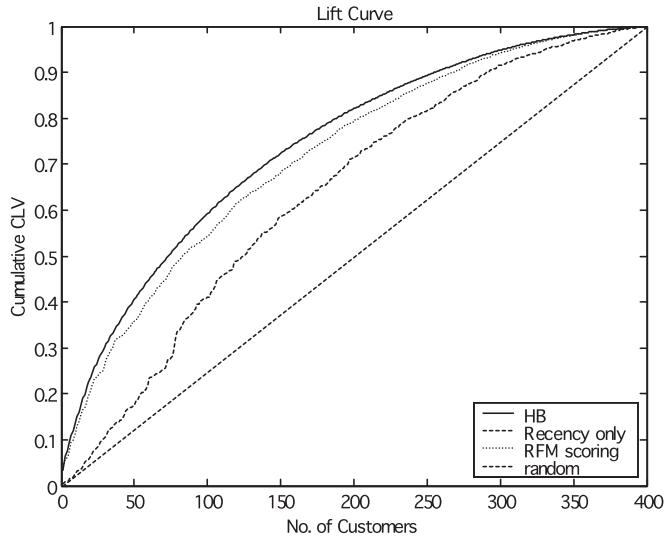
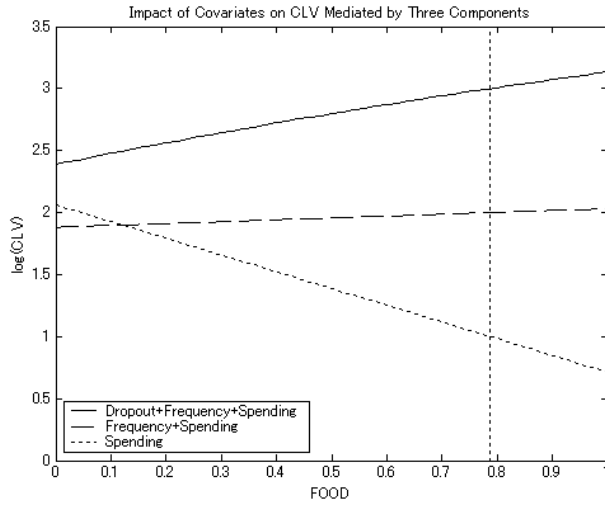


図6 HBモデル、リセシー、RFM3指標すべてを使ったゲインチャートの比較。RFMの3指標すべてを使うと、優良顧客の識別が比較的うまくできるが、リセシーのみの基準で顧客をランク付けしても、優良顧客はうまく識別されない。

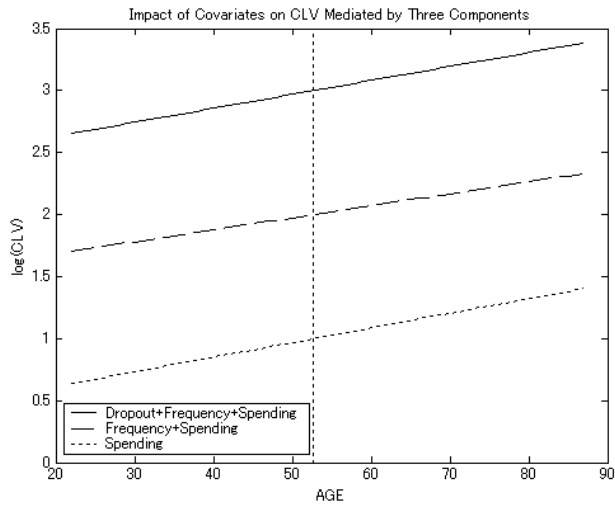
#### 4.1.4 CLV に対する説明変数の弾力性

我々が提案した階層ベイズモデルのもう一つの利点は、パラメータの誤差を正確、かつ簡単に推定することが出来ることである。最尤法などで点推定したパラメータの推定誤差を無視して、確率変動がない値と解釈したりすると、そこから導かれる様々な指標にはバイアスがかかる結果、間違った経営判断を下す可能性が起きる。このことは、CLV に対する各説明変数の弾力性を購買頻度、生存期間、購買金額への影響要因に分解した表7から確認できる。パラメータの不確実性を考慮して、弾力性はMCMC サンプリングで発生させた5000セットの  $b_{lk}$  と  $\mu_i$  それぞれに対して、(2.10)式を使って計算した。これを400人の顧客で繰り返し、最終的に  $5000 \times 400$  の平均を計算した結果が上の表である。下の表では、パラメータの分布を考慮せずに、 $b_{lk}$  と  $\mu_i$  の事後平均を直接(2.10)式に代入して弾力性を計算しており、生存期間への影響要因による弾力性が約50%高くなっている。これは、(2.10)式で  $\mu_i$  が非線形なためである。この上昇バイアスは、不確実性を無視した場合、顧客の異質性を考慮しても起きる。

説明変数の影響を視覚的に捉えるために、1つの説明変数の値だけ変化させ、残りの2つの説明変数はデータの平均値に固定した場合、 $\log(\text{CLV})$  がどのように変わるかをプロットしたものが図7の実線である。これらのグラフは、表4のフルHBモデルのパラメータの事後平均をもとに描かれている。説明変数がFoodのグラフでは、他の2説明変数を固定した場合、食品を購入する顧客の割合が変わるにつれて  $\log(\text{CLV})$  がどう変化するかを表す。垂直の点線は、該当する説明変数の平均値(0.79)である。Foodと年齢の変化は、ど



(a)



(b)

図7  $\log(CLV)$  に与える説明変数の変化の影響(百貨店). 垂直の点線は、該当する説明変数の平均値を表す. (a) 食品を購入する顧客の割合を増やすと、生存期間と購買頻度は向上して、1回当たりの購買金額が減り、結果、 $\log(CLV)$  に対する影響は正味で正になる. (b) 高年齢の顧客の割合を増やすと、1回当たりの購買金額は増えるが、生存期間と購買頻度には変化がなく、結果、 $\log(CLV)$  に対する影響は正味で正になる. (c) 女性顧客の割合を増やしても3要因には特に影響を与えず、結果、CLVも変化しない.

表7 CLV 弾力性を PLS の 3 要因に分解 (百貨店).

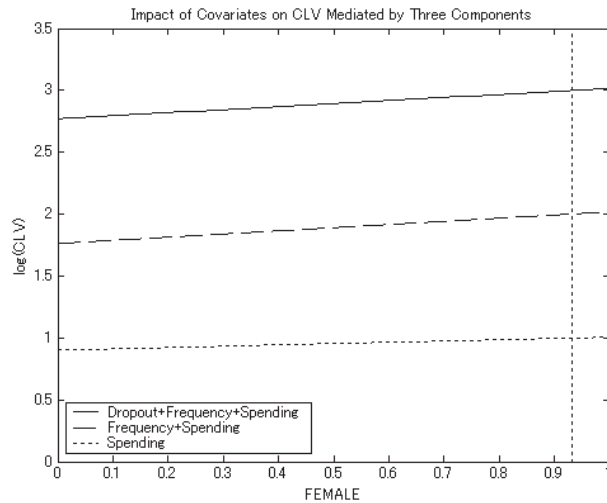
パラメータの不確実性を考慮

	Food	Age	Female
合計	0.53	0.63	0.21
purchase rate: $Ep^{CLV}$	1.17	-0.11	0.14
lifetime: $El^{CLV}$	0.41	0.12	-0.04
spending: $Es^{CLV}$	-1.05	0.63	0.10

パラメータの不確実性を無視

	Food	Age	Female
合計	0.76	0.69	0.18
purchase rate: $Ep^{CLV}$	1.17	-0.11	0.14
lifetime: $El^{CLV}$	0.63	0.17	-0.06
spending: $Es^{CLV}$	-1.05	0.63	0.10

\* 不確実性を考慮した場合としない場合では, lifetime の弾力性のみが異なる. その理由は, (2.9) 式で示されるように, lifetime のパラメータ  $\mu$  だけが非線形の関係のためである.



(c)

図7 (continued).

ちらも  $\log(\text{CLV})$  に大きな変化をもたらすが, 性別の変化は影響が少ない. この結果は, 表4の各説明変数のパラメータの推定値と整合性がとれている.

同時に図7では,  $\log(\text{CLV})$  に与える説明変数の変化の影響を, 3つの要因—購買頻度, 生存期間, 購買金額—に分解している. (2.7) 式の CLV の公式を対数変換すると, 以下

のような和の表現が得られる。

$$\begin{aligned}\log(\text{CLV}) &= -\log(\mu + \delta) + \log(\lambda) + \log(\eta) + \omega^2/2 \\ &= [\text{生存期間要因}\mu] + [\text{購買頻度要因}\lambda] + [\text{購買金額要因}\eta] + \text{定数}.\end{aligned}$$

図7のグラフは、 $\log(\text{CLV})$ の要因を、下から購買金額、購買頻度、生存期間の順に3つ積み上げた形になっている。各要因のスケールの違いを考慮して、説明変数が平均値を取るときに全て1.0となるように基準化されている。したがって、垂直の点線の値では、 $\log(\text{CLV}) = 3$ になる。

説明変数が各要因を通じて与えるCLVへの影響度は、パラメータ $b_{lk}$  ( $l \in \{\lambda, \mu, \eta\}, k = 1, \dots, K$ )の事後分布の推定値(表4)と一致する。食品を購入する顧客の割合を増やすと、生存期間と購買頻度は向上して、1回当たりの購買金額が減り、CLVへの正味の影響は増加になる。高年令の顧客の割合を増やすと、1回当たりの購買金額は増えるが、生存期間と購買頻度には変化がなく、その結果、CLVは正味で増加する。女性顧客の割合を増やしても、3要因には特に影響を与えず、結果、CLVも変化しない。

図7と表7で示されている弾力性の分解から、新規顧客獲得に関する有用な知見が得られる。企業が特定のデモグラフィック特性を持った顧客の割合を増やした場合、購買頻度、生存期間、購買金額の平均はCLVへの効果という観点からは逆方向に働くこともあり、その場合、影響が相殺されて正味ではCLVがあまり変化しない。たとえば、CLVを増やすために購買頻度の高い食品を購入する顧客の割合を増やしても、1回当たりの購買金額が減少するため、CLVが意図したように増加しないのである。現場における新規顧客獲得では、顧客のデモグラフィック特性とPLS購買行動特性との関係、さらにはマーケティング活動に対する反応度と獲得に関するコストなどの要素を考慮してトータルに決める必要がある。

#### 4.2 CDチェーン店のFSPデータ

2番目のデータベースには、某CDチェーン店のFSPによって収集された500人の顧客の購買履歴が含まれている。観測期間は、2003年9月から52週間である。顧客の説明変数としては、初回購買金額、年令、性別の3つが含まれており、表8に推定用データの記述統計が示されている。表9は、HBモデルとPareto/NBDモデルを、非集計レベル(購買回数と購買金額)における精度指標で比較した結果である。Pareto/NBDモデルと比べて、HBモデルは全ての指標において優れており、これは図2や3のようなグラフからも視覚的に確認された。

モデルの推定結果は表10に示されている。まずは、周辺対数尤度が一番高かったフルHBモデルの結果を解釈する。初回購買金額のパラメータが $\log(\lambda)$ と $\log(\eta)$ で正のため、

表 8 CD チェーン店 FSP データの記述統計.

	平均	標準偏差	最小	最大
リピート購買数	2.65	2.36	1	22
観測期間 $T$ (日数)	146.66	25.84	92	182
リーゼンシー ( $T-t$ ) (日数)	52.65	40.99	1	172
平均購買金額 ( $\times 10^4$ yen)	0.359	0.198	0.095	2.048
Age	31.5	9.8	7	78
Female	0.49	0.50	0	1

表 9 Pareto/NBD と HB モデルの非集計レベルでのフィット (CD チェーン店).

		Pareto/NBD	フル HB
購買金額			
相関	検証期間	0.47	0.62
	推定期間	0.88	0.92
MSE	検証期間	2.81	2.28
	推定期間	0.40	0.28
購買回数			
相関	検証期間	0.59	0.61
	推定期間	0.95	0.95
MSE	検証期間	6.43	4.99
	推定期間	2.14	1.66

最初の購買金額が高い顧客ほど購買頻度が高く、以降の購買金額も高くなる傾向にある。また年令の高い顧客の方が、1回当たりの購買金額が高い。

次に、相関モデルの結果から  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\eta$  の関係を分析する。 $\log(\lambda)$  と  $\log(\mu)$  の相関は有効でないため、Pareto/NBD モデルにおける購買頻度と生存期間の独立仮定は満たされていない。  $\log(\lambda)$  と  $\log(\eta)$  の相関は有効な正 (0.14) となっており、これはフル HB モデルにおいて初回購買金額のパラメータの推定値が  $\log(\lambda)$  と  $\log(\eta)$  に対して同じ符号になっている事実と整合性がある。百貨店のデータと同様、購買頻度と購買金額の独立仮定は満たされていないが、このデータでは相関の方向が逆である。相関の方向はデータによって異なるようだ。経営上の示唆は、購買頻度の高い顧客は1回当たりの購買金額も高いということである。また、説明変数を組み込んだフル HB モデルでは相関が有効でないことから、購買頻度と購買金額の相関関係は初回購買金額と年令の違いで説明できることが分かる。

表 11 は、CLV に対する各説明変数の弾力性を購買頻度、生存期間、購買金額への影響要因に分解したものである。パラメータの不確実性を考慮しない場合、百貨店データ同様、生存期間による影響要因は約 20% 高く推定される。説明変数の値が変わると  $\log(\text{CLV})$  がど

表 10 HB モデルの推定結果 (CD チェーン店).

		独立 HB	相関 HB	フル HB
購買頻度 $\log(\lambda)$	切片	-2.11 (-2.19, -2.03)	-2.11 (-2.19, -2.03)	-2.10 (-2.34, -1.85)
	初回購買金額	—	—	0.37* (0.11, 0.63)
	Age	—	—	-0.26 (-0.87, 0.34)
	Female (male = 0)	—	—	-0.13 (-0.29, 0.03)
離脱率 $\log(\mu)$	切片	-5.18 (-5.63, -4.74)	-5.14 (-5.64, -4.72)	-5.06 (-5.89, -4.34)
	初回購買金額	—	—	0.02 (-1.09, 0.94)
	Age	—	—	-0.15 (-1.84, 1.39)
	Female (male = 0)	—	—	0.05 (-0.60, 0.64)
購買金額 $\log(\eta)$	切片	-1.18 (-1.22, -1.13)	-1.18 (-1.22, -1.13)	-1.49 (-1.63, -1.35)
	初回購買金額	—	—	0.50* (0.36, 0.65)
	Age	—	—	0.47* (0.12, 0.82)
	Female (male = 0)	—	—	-0.03 (-0.10, 0.05)
相関係数 ( $\log(\lambda), \log(\mu)$ )	—	0.20 (-0.02, 0.43)	0.19 (-0.04, 0.42)	
相関係数 ( $\log(\lambda), \log(\eta)$ )	—	0.14* (0.01, 0.27)	0.10 (-0.05, 0.24)	
相関係数 ( $\log(\mu), \log(\eta)$ )	—	0.01 (-0.22, 0.24)	0.01 (-0.20, 0.22)	
周辺対数尤度	-2908	-2906	-2889	

(括弧内の数値は 95% 高確率密度 (HPD) 信用区域)

\* は HPD が 0 を含まないことを表す.

う変わるかをプロットしたものが図 8 の実線である. 初回購買金額が増加すると  $\log(\text{CLV})$  も増えるが, これは, 購買頻度と購買金額の増加による影響からであり, 生存期間には影響を与えない. 顧客の年齢が高くなると, 購買頻度が低下し, 生存期間は長くなり, 1 回当たり購買金額は増加する結果,  $\log(\text{CLV})$  に対する影響は正味で正になる. 女性顧客の割合が増えると, 購買頻度が低下し, 生存期間は短くなり, 1 回当たり購買金額は減少する



表 11 CLV 弾力性を PLS の 3 要因に分解 (CD チェーン店).

	初回購買金額	Age	Female
合計	0.31	0.12	-0.10
purchase rate: $Ep^{CLV}$	0.13	-0.09	-0.06
lifetime: $El^{CLV}$	0.00	0.06	-0.02
spending: $Es^{CLV}$	0.18	0.15	-0.01

表 12 トップ 10 とボトム 10 の顧客別統計値 (CD チェーン店).

顧客 ランク	事後平均 $\lambda$	事後平均 $\mu$	事後平均 $\eta$	最終購買以 降の期待生 存時間 (年)	1 年後の 維持率	観測終了 時点での 生存確率	検証期間 中の期待 購買回数	検証期間 中の総購 買金額 ( $\times 10^4$ 円)	CLV ( $\times 10^4$ 円)
1	0.42	0.01096	0.775	7.6	0.659	0.993	9.7	7.81	44.3
2	0.28	0.01311	1.016	6.5	0.637	0.860	5.4	5.70	35.0
3	0.27	0.01145	0.875	7.6	0.652	0.978	6.0	5.51	31.2
4	0.41	0.01262	0.560	5.0	0.615	0.962	8.9	5.21	26.3
5	0.66	0.01369	0.349	4.2	0.587	0.839	12.4	4.52	24.4
6	0.13	0.01261	1.413	6.5	0.644	0.813	2.4	3.50	22.6
7	0.24	0.01393	0.782	4.7	0.607	0.737	3.8	3.11	20.3
8	0.17	0.00974	0.851	7.2	0.684	0.955	3.7	3.28	19.1
9	0.17	0.00969	0.832	6.8	0.679	0.990	3.9	3.37	18.8
10	0.41	0.01220	0.399	4.7	0.621	0.994	9.1	3.79	18.6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
491	0.12	0.01705	0.123	5.1	0.612	0.734	1.9	0.24	1.7
492	0.10	0.01207	0.134	5.9	0.640	0.708	1.5	0.21	1.5
493	0.09	0.01236	0.138	5.9	0.646	0.715	1.4	0.21	1.5
494	0.11	0.01240	0.121	6.6	0.642	0.739	1.7	0.21	1.5
495	0.10	0.00991	0.118	6.2	0.675	0.956	2.1	0.26	1.5
496	0.10	0.00938	0.117	6.3	0.680	0.983	2.2	0.27	1.5
497	0.10	0.01419	0.120	5.8	0.636	0.784	1.8	0.22	1.5
498	0.09	0.00936	0.115	6.9	0.686	0.921	2.0	0.24	1.4
499	0.10	0.01293	0.118	6.3	0.642	0.816	1.8	0.22	1.4
500	0.11	0.01575	0.119	5.2	0.598	0.599	1.3	0.16	1.3
ave	0.14	0.01105	0.339	6.3	0.664	0.861	2.7	1.00	6.1
min	0.09	0.00734	0.115	3.4	0.483	0.314	0.7	0.16	1.3
max	0.66	0.02757	1.413	9.6	0.734	0.999	12.4	7.81	44.3

結果,  $\log(\text{CLV})$  に対する影響は正味で負になる。

最後に表 12 では, CLV に関してベスト 10 とワースト 10 の 20 人の顧客の 9 つの統計値と, 500 人の 9 統計値の平均値, 最小値, 最大値が報告されている。

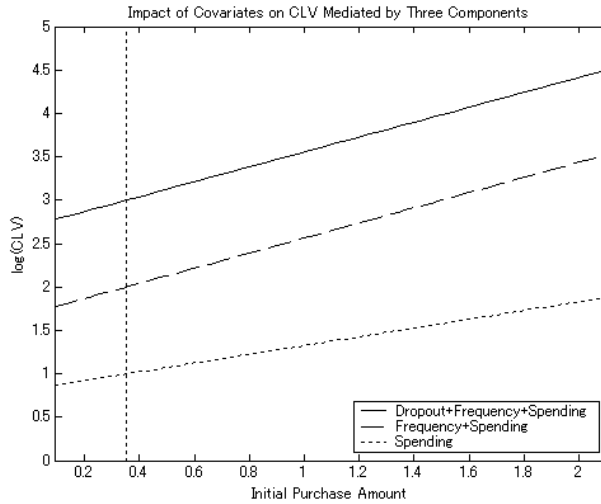
## 5. 結論

CRM の実務において RFM 分析が広く使われていることは, リセクシー, フリクエンシー, マネタリバリューの 3 指標が顧客の購買行動を簡潔に集約していることを裏付けている。しかし既存のマーケティング文献では, これらの指標間の相関や CLV との関係で矛盾した結果が報告されており, さらなる研究による一般経験化が求められている。この課題へのアプローチとして, 本論文では, 観測される RFM 指標の根底にある顧客の行動特性である, 購買頻度, 生存期間, 1 回当たり購買金額, の PLS 間の相互関係を分析した。提案モデルでは, 既存研究の基礎となっている Pareto/NBD モデルとまったく同じ顧客行動の仮定が置かれた。今回の階層ベイズによるアプローチは, PLS 特性間の相関に対して統計的仮説検定が行えるだけでなく, 説明変数を容易に組み込むことができ, 顧客異質性に関する複雑な積分を避けることができるという利点がある。本論文では, PLS の 3 行動特性を顧客のデモグラフィック変数に結び付けて, それらを CLV へ関連付けることで, 新規顧客獲得に関する知見を得た。

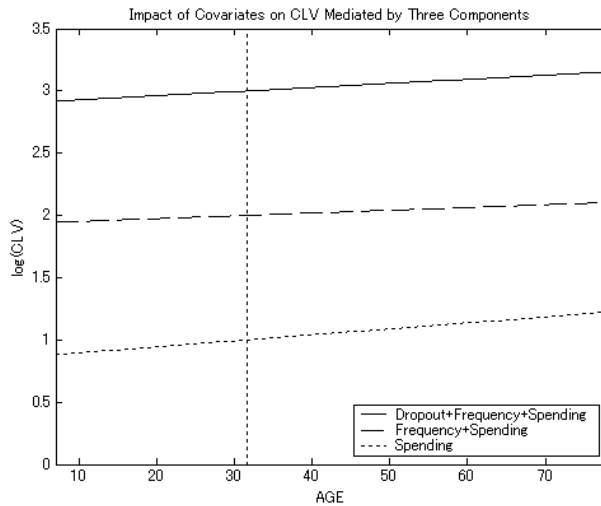
FSP で収集された百貨店と CD チェーン店の顧客購買データを分析したところ, 顧客行動に関するいくつかの本質的な結果が得られた。第 1 に, 顧客の購買頻度と購買金額には相関が存在する場合もあるが, その符号と度合いはデータによって異なる。具体的には, 百貨店データでは有効な負の相関 ( $-0.28$ ) が, CD チェーン店データでは有効な正の相関 ( $0.14$ ) が観測された。特に購買頻度と購買金額との相関が負の場合は, 相関の大きさによって CLV に対する正味の影響は正にもなるし負にもなるため, 相関の大きさを正確に推定することが重要である。

第 2 に, 説明変数の変化が CLV に与える影響を購買頻度, 生存期間, 購買金額の 3 つの顧客行動プロセスによる要因に分解し, それらの相互関係を検証した。3 つの影響の方向は逆に働くこともあるため, CLV への貢献ではお互いの要因が相殺する場合もある。百貨店データでは, 食品購入顧客の割合を増やすことによる購買頻度の増加は購買金額の減少で打ち消され, 生存期間の増加のみが, CLV の正味の向上に貢献する結果となった。このような知見は, 特に新規顧客獲得の際に重要である。

第 3 に, 推定したパラメータの不確実性を考慮しないと, パラメータが非線形に関係する CLV や弾力性などの指標には, バイアスがかかってしまう。伝統的にマーケティングの分野では, 顧客の異質性に関しては大きな注意が払われており, ベイズ統計が大きな発展を遂げたが, パラメータの不確実性に関してはそうではない。例えば弾力性を計算するとき,

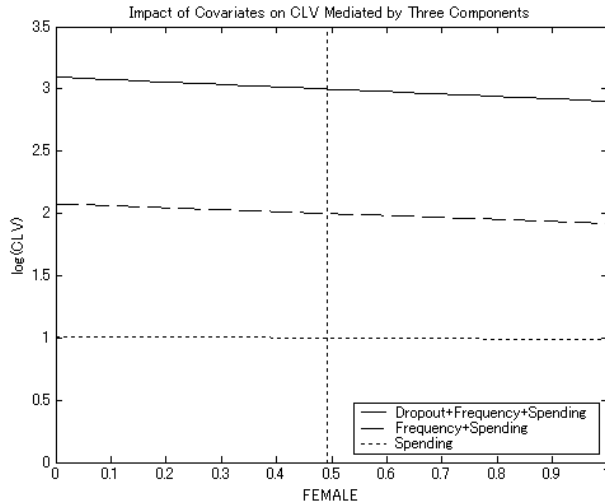


(a)



(b)

図8  $\log(CLV)$  に与える説明変数の変化の影響 (CD チェーン店). 垂直の点線は、該当する説明変数の平均値を表す. (a) 初回購買金額が増加すると、購買頻度と購買金額は増加するが、生存期間には影響を与えず、結果、 $\log(CLV)$  に対する影響は正味で正になる. (b) 顧客の年齢が高くなると、購買頻度が低下し、生存期間は長くなり、1 回当たり購買金額は増加する結果、 $\log(CLV)$  に対する影響は正味で正になる. (c) 女性顧客の割合が増えると、購買頻度が低下し、生存期間は短くなり、1 回当たり購買金額は減少する結果、 $\log(CLV)$  に対する影響は正味で負になる.



(c)

図8 (continued).

多くの研究者は最尤法で点推定されたパラメータの値を単純に公式に代入して、その標準誤差を考慮していない (たとえば Gupta (1988)). 経営上の意思決定がそのような弾力性に基づいている場合、判断結果は go と no go の違いを生むかもしれない、判断に大きな間違いを犯す可能性がある。MCMC のようなサンプリング手法を用いたベイズ統計は、漸近理論によらないため、少ない標本数でもパラメータの不確実性を正確に推定できる。また、モデルから適切な経営計画を導くために最適化モジュールなどを構築する場合でも、シミュレーションによる MCMC 法を使えばパラメータの不確実性を考慮することは容易である。

第4に、RFMの3指標すべてを用いた顧客スコアリング・モデルは、たとえ、それが単純な3指標の平均ランキングであっても、顧客生涯価値の順番を比較的正確に復元できることがわかった。このことは、CRMの実務において、顧客をセグメント化したり優良顧客を判別したりするために、RFM分析や回帰顧客スコアリング・モデルが広く使われていることを正当化する (Malthouse and Blattberg (2005)).

本論文は、非契約型 CRM における顧客行動の分析研究の最初の一步を示したものでしかない。本研究の拡張方向は、言い換えれば、ここで提案したモデルの限界を克服することでもある。第1に今回の分析では、使用するデータを多くの企業が保存している顧客の RFM データに制約したために、行動モデルではポアソン購買発生プロセス、生存期間に指数分布、購買金額に対数正規分布を仮定した。しかし顧客の個々の購買記録を含んだ完全な履歴データを使えば、これらの仮定を和らげて、より複雑な行動モデルを構築することが可能になる。

たとえば、購買金額のパラメータ  $\eta_i$  同様、購買金額のバラツキを表す分散を、共通の値  $\omega^2$  を事前分布として、顧客別に  $\omega_i^2$  ( $i = 1, \dots, N$ ) を購買履歴データからベイズ更新することが出来る。そのことによって、例えば、いつも食品のみを買っている購買金額のバラツキの低い顧客と、たまに食品以外に高額商品を買うバラツキの大きい顧客とを区別することができる。店舗にとっては、後者のような顧客を新規獲得することが重要であろう。もうひとつの拡張の可能性として、顧客内の購買時期と購買金額の相関を考慮することも、CLV をより正確に推定するために役立つであろう。例えば Jen *et al.* (2009) では、金額の高い購買の後は次回の購買が遅れるという現象を発見している。

## 謝辞

イェール大学, MIT, 日本マーケティング・サイエンス学会における本研究の報告では、出席者から多数のコメントをいただき、感謝いたします。また、本稿に対して匿名の査読者から有益なコメントを数多く頂戴したことに謝意を表します。

## A. 補遺

### A.1 MCMC プロセス

本研究の MCMC プロセスは、阿部 (2008) で紹介されたデータ補完による MCMC ステップに、顧客別平均金額パラメータ  $\eta_i$  を推定するステップ [2d] を追加したものである。

[1]  $\varphi_i^{(0)} \forall i; B^{(0)}, \Gamma_0^{(0)}$  の初期値を決める。

[2] 各顧客  $i$  に対して

[2a] 阿部 (2008) の (3.2) 式に基づいて  $\{z_i | \varphi_i\}$  を乱数発生させる。

[2b] もし  $z_i = 0$  の場合、切断指数分布から  $\{y_i | z_i, \varphi_i\}$  を乱数発生させる。

[2c] 阿部 (2008) の (3.1) 式に基づいて  $\{\lambda_i, \mu_i | z_i, y_i\}$  を乱数発生させる。

[2d]  $\log(\lambda_i), \log(\mu_i), B, \Gamma_0$  が所与の場合、 $\log(\eta_i)$  の事後分布は正規分布にしたがうので、 $\{\eta_i | \lambda_i, \mu_i, B, \Gamma_0\}$  を発生させる。

[3] 多変量ベイズ回帰モデルによって  $\{B, \Gamma_0 | \varphi_i, \forall i\}$  を更新する。

[4] 収束が得られるまでステップ [2]~[3] を繰り返す。

以下に各ステップの詳細を説明する。

[2a] 乱数を発生させるための  $P(z_i = 1)$  は、前回の繰り返しで得られた  $\varphi_i$  を指数変換した  $\lambda_i$  と  $\mu_i$  を阿部 (2008) の (3.2) 式に代入することによって求められる。

$$P[\tau > T | \lambda, \mu, T, t] = P[z = 1 | \lambda, \mu, T, t] = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} [e^{(\lambda + \mu)(T - t)} - 1]} \quad (3.2)$$

[2b]  $z_i = 0$  は顧客  $i$  が最終購買  $t_i$  の後、観測終了時点  $T_i$  より前に離脱したことを意味する。よって生存時間  $y_i$  は阿部 (2008) の (3.1) 式で示された尤度関数からパラメータ  $(\lambda_i + \mu_i)$  の指数分布にしたがうが、それは  $t_i < y_i < T_i$  の範囲に限定されなければならない。

$$L(x, t, T | \lambda, \mu, z, y) = \frac{\lambda^x t^{x-1}}{\Gamma(x)} \mu^{1-z} e^{-(\lambda+\mu)\{zT+(1-z)y\}} \quad (3.1)$$

[2c] 発生された  $z_i$  と  $y_i$  から (3.1) 式の尤度関数を計算し、それに事前分布を乗じることで  $\lambda_i$  と  $\mu_i$  を乱数発生させるための事後分布が得られる。ここでの事前分布 (対数正規分布) は尤度関数 ((3.1) 式) に対して共役でないため、独立MHアルゴリズムによって、まず  $\lambda_i$ 、そして次に  $\mu_i$  を発生させる。提案分布としては、受容確率が 40%程度になるように分散を任意に指定できる対数正規分布を用いた。

[2d]  $\varphi_i \sim MVN(Bd_i, \Gamma_0)$  ただし  $\varphi_i = [\log(\lambda_i), \log(\mu_i), \log(\eta_i)]$  から、 $\log(\lambda_i)$ ,  $\log(\mu_i)$ ,  $B$ ,  $\Gamma_0$  が与えられた場合、 $\log(\eta_i)$  の事前分布は条件付き正規分布である。尤度関数は、(2.3) 式  $\log(s_n) \sim N(\log(\eta), \omega^2)$  から正規分布である。したがって  $\log(\eta_i)$  の事後分布は、事前分布 (正規分布) の平均と分散を各顧客  $i$  の平均  $\log(as_i)$  と分散  $\omega^2$  で共役的にベイズ更新することで簡単に求められる。

[3]  $\varphi_i = Bd_i + \varepsilon_i$  ただし  $\varepsilon_i \sim MVN(0, \Gamma_0)$  なので、これは従属変数が 3 変量の  $\varphi_i$ 、説明変数のベクトルが  $d_i$ 、推定すべきパラメータが  $B$ 、データポイントが各顧客  $i$  のベイズ回帰である。多変量ベイズ回帰モデルは標準的な手法なので、テキストブックなどを参照して欲しい (Congdon (2001), Gelman *et al.* (1995), Rossi *et al.* (2005))。

### 参 考 文 献

- 阿部誠 (2008). 「消費者行動理論にもとづいた個人レベルの RF 分析: 階層ベイズによる Pareto/NBD モデルの改良」『日本統計学会誌 (和文誌)』 **37**, 239–259.
- Abe, M. (2009). ‘Counting your customers’ one by one: A hierarchical Bayes extension to the Pareto/NBD model, *Marketing Science*, **28**, 541–553.
- 阿部誠, 近藤文代 (2005). 『マーケティングの科学: POS データの解析』(著) 朝倉書店.
- Blattberg, R. C., Malthouse, E. C. and Neslin, S. (2009). Lifetime value: Empirical generalizations and some conceptual questions, *Journal of Interactive Marketing*, **23**, 157–168.
- Borle, S., Singh, S. S. and Jain, D. C. (2008). Customer lifetime value measurement, *Management Science*, **54**, 100–112.
- Buckinx, W. and Van den Poel, D. (2005). Customer base analysis: Partial defection of behaviourally loyal clients in a non-contractual FMCG retail setting, *Eur. J. Oper. Res.*, **164**, 252–268.
- Congdon, P. (2001). *Bayesian Statistical Modelling*, London, U.K., Wiley.
- Fader, P. S. and B. G. S. Hardie (2010). Customer-base valuation in a contractual setting: The perils of ignoring heterogeneity, *Marketing Science*, **29**, 85–93.
- Fader, P. S., B. G. S. Hardie and K. L. Lee (2005). RFM and CLV: Using iso-value curves for customer base analysis, *Journal of Marketing Research*, **42**, 415–430.
- Gelman, A., J. B. Carlin, H. S. Stern and D. B. Rubin (1995). *Bayesian Data Analysis*, Boca Raton, Florida, Chapman & Hall.

- Geweke, J. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, in *Bayesian Statistics 4* (eds. J. M. Bernardo, J. M. Berger, A. P. Dawid and A. F. M. Smith), 169–193, Oxford, Oxford University Press.
- Gupta, S. (1988). Impact of sales promotions on when, what, and how much to buy, *Journal of Marketing Research*, **25**, 342–355.
- Hughes, A. (2000). *Strategic Database Marketing* (2nd ed.), New York, McGraw-Hill.
- Jen, L., C.-H. Chou and G. M. Allenby (2009). The importance of modeling temporal dependence of timing and quantity in direct marketing, *Journal of Marketing Research*, **46**, 482–493.
- Malthouse, E. C. and R. C. Blattberg (2005). Can we predict customer lifetime value?, *Journal of Interactive Marketing*, **19**, 2–15.
- Neslin, S. A. and R. W. Shoemaker (1983). A model for evaluating the profitability of coupon promotions, *Marketing Science*, **2**, 361–388.
- Reinartz, W. J. and V. Kumar (2000). On the profitability of long-life customers in a noncontractual setting: An empirical investigation and implications for marketing, *Journal of Marketing*, **64**, 17–35.
- Reinartz, W. J. and V. Kumar (2003). The impact of customer relationship characteristics on profitable lifetime duration, *Journal of Marketing*, **67**, 77–99.
- Reinartz, W. J., J. S. Thomas and V. Kumar (2005). Balancing acquisition and retention resources to maximize customer profitability, *Journal of Marketing*, **69**, 63–79.
- Rosset, S., E. Neumann, U. Eick, and N. Vatnik (2003). Customer lifetime value models for decision support, *Data Mining and Knowledge Discovery*, **7**(July), 321–339.
- Rossi, P. E., G. Allenby and R. McCulloch (2005). *Bayesian Statistics and Marketing*, London, U.K., Wiley.
- Schmittlein, D. C. and R. A. Peterson (1994). Customer base analysis: An industrial purchase process application, *Marketing Science*, **13**, 41–67.
- Schmittlein, D. C., D. G. Morrison, and R. Colombo (1987). Counting your customers: Who are they and what will they do next?, *Management Science*, **33**, 1–24.
- Singh, S. S., S. Borle and D. C. Jain (2009). A generalized framework for estimating customer lifetime value when customer lifetimes are not observed, *Quantitative Marketing and Economics*, **7**, 181–205.
- 照井伸彦 (2008). 『ベイズモデリングによるマーケティング分析』(著), 東京電機大学出版局.
- 和合肇 (2005). 『ベイズ計量経済分析：マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』(編著), 東京経済新報社.