

基本的な統計手法の活用による日本の十二律の推定

明土 真也*

The estimate of 12-tone temperament in Japan by the application of
basic statistics methods

Akedo Shin-ya*

中国や日本では、古くは音高に意味があり、五声は方位や季節等に、十二律は干支や月名に対応している。そのため、音名の弁別は重要であるが、その周波数の理論値は明らかにされておらず、精微な弁別は不可能である。一方、アレクサンダー・エリスは、1884年、「日本音楽十二律」と称する音律を含む3つの音叉列の周波数を測定した。本論文では、雅楽平調と俗楽平調子の音律の理論値とエリスの測定値を精査し、残差の平均と95%信頼区間より、日本のかつての標準音の周波数が291.333 Hzであったと結論づけた。また、現在の雅楽の音律は、「日本音楽十二律」の測定値から推定したものであるが、本論文では雅楽器の調律手順より本来の雅楽の音律を明らかにし、「日本音楽十二律」とは本来の雅楽と俗楽の音律を統合した音律であると判断した。これらに基づき、本論文では、本来の雅楽十二律、俗楽十二律、「日本音楽十二律」の各音高を明らかにした。

In China and Japan, the musical pitches have each meaning. Ancient people made the 12-tone temperament correspond to the signs of the zodiac in Chinese and the names of the months. Therefore the distinction of the names of musical pitches is important, but the theoretical values of the frequencies are not clarified. On the other hand, Alexander Ellis measured the frequencies of three tuning fork groups that contain the group to show '12-tone temperament of Japanese music' in 1884. In this article, I scanned the theoretical values of two pentatonic scales and the measured values by Ellis, and concluded that the frequency of former standard sound was 291.333Hz in Japan. In addition, I clarified the 12-tone temperament of Japanese court music by scanning the tuning methods of the musical instruments. Based on these, I judged that '12-tone temperament of Japanese music' was the 12-tone temperament that integrated true Japanese court music with Japanese traditional popular music.

キーワード: 雅楽, 俗楽, 十二律, 音高, 信頼区間.

1. はじめに

音は記号であり、様々な事物を示し（指示機能）、種々の事象を誘引する（誘引機能）。このような性質を「音の記号性」と呼ぶ。指示機能とは、原音、音源、意味等の指示であり、誘引機能とは、心理、生理、活動の誘引である（明土（2009）, p.49-56）。例えば、さえずり

* サウンドデザイナー (E-mail: akedo_shinya@yahoo.co.jp).

を聞くことで、音源である鶯を想起し、美しいと感じる心理や声の方向に足を運ぶという活動を誘引する。サウンドスケープとは、このような「音の記号性が作用する“場”」（明土 (2009), p.57) である。

意味の指示機能は報知音等に活用され、例えば、電子レンジのブザー音は「加熱終了」という意味を伝える。中国や日本では、古くは音高¹⁾に五行思想に準じた意味があり、五声²⁾が五方³⁾や五季⁴⁾等に対応し、京都における梵鐘の基音が寺院の方位と一致している（中川 (2004), p.46-47) 等の指摘がある。また、十二律⁵⁾の音高も干支や月名に対応している。そのため、律名（音名）の弁別は重要であるが、その音高の理論値は明らかにされておらず、精微な弁別は不可能である。本論文の目的は、このような背景を踏まえ、日本における十二律の音律および音高を明確にすることである。

音律とは、音楽に用いる音高の相対的な関係を数理的に規定したものであり、ある音律体系に属する各音の音高は、標準音（その音律体系内で基準となる音）を定め、音律に従い算出することにより規定される（平野他 (1989), p.128）。本論文では、十二律の音高を示す音叉の測定値から標準音の周波数を推定し、楽器の調律法から音律のモデルを作った後、十二律全ての周波数を算出する。また、これらの推定値の妥当性に関しては、統計のみならず、聴覚や歴史的背景等の観点からの考察を加えることで、より適切な検証を行う。特に、音律の推定には歴史的背景を踏まえた考察が必要であり、本論文ではこれを慎重に行う。

日本に十二律が入ったのはおそらく奈良朝の頃であり、雅楽寮⁶⁾で唐の制度をそのまま採用し、12個の律名も中国律名を使用していたが、その絶対音高は、初め唐の古律に、その後古律よりも2律高い宴饗楽律に従い、平安時代以後、律名も次第に日本音名に改められていった（平野他 (1989), p.122）とされる。日本の標準音の音名は、^{いちこつ}壹越であり、その音高は、平安時代以降、長らく維持されてきたが、昭和時代半ばに意図的な変更が行われている。本論文では、平安時代から昭和時代半ばまでの壹越の音高を「かつての標準音」⁷⁾と呼び、その周波数を推定する。

これらを踏まえ、本論文では、第2章で十二律の音律と音高を推定する際のサンプルについて説明し、第3章でかつての標準音の周波数を推定し、第4章で日本における十二律

1) 音の高さ。

2) 五音ともいい、今日の五音音階を意味する。中国音階の基調をなし、日本にも入った。各段階は、宮、商、角、徴、羽と呼ばれる。また、徴の半音下である変徴、宮の半音下である変宮を加えたものを七声という（平野他 (1989), p.124-125）。

3) 中央および東南西北。

4) 土用および春夏秋冬。

5) 中国および日本の音楽の用語で、8度音程内に半音の音程を隔てて取められた12個の音律のこと（平野他 (1989), p.121）。

6) 古代日本において古来の歌舞や外来の楽舞を教習した役所（平野他 (1989), p.173）。

の音律を明らかにし、第5章で日本における十二律の音高および音程を明確にする。

2. 十二律の音律と音高を推定する際のサンプル

本章では、十二律の音律は調律法により規定されることを示した後、十二律の音高を推定する際のサンプルとして活用する音叉群に関し詳説する。

2.1 音律と調律の関係

十二律の音律は、楽器の調律法に準じ、完全5度および完全4度といった協和感の高い音程に基づいて規定される。以下に、中国の楽理である三分損益法と日本の楽理である順八逆六・順六逆八法について詳説し、十二律の音律には12通りの音律が想定されることを説明する。

2.1.1 三分損益法

三分損益法は、中国における十二律の導出法であり、起源前4世紀頃の『管子』に五声の導出法として、紀元前239年に完成した『呂氏春秋』に十二律の導出法としてそれぞれ初出し、その後も、『淮南子』『漢書』等多くの典籍に記述されている。日本への伝来を確実に受容できるのは、735年に吉備真備が唐から持ち帰った『楽書要録』を朝廷に献上した際であるが、『管子』『淮南子』『漢書』等を通じ、それ以前に知られていたとも考えられる。

以下、中国律名を用いて各律の周波数の導出法を示す。標準音は黄鐘⁸⁾であり、黄鐘を $3/2$ 倍して林鐘、林鐘を $3/4$ 倍して太簇、太簇を $3/2$ 倍して南呂、南呂を $3/4$ 倍して姑洗、姑洗を $3/2$ 倍して應鐘、應鐘を $3/4$ 倍して蕤賓、蕤賓を $3/4$ 倍して大呂、大呂を $3/2$ 倍して夷則、夷則を $3/4$ 倍して夾鐘、夾鐘を $3/2$ 倍して無射、無射を $3/4$ 倍して仲呂を導出する(楠山(1982), p.167-173)。これは、完全5度上(周波数比 $3/2$)と完全4度下(周波数比 $3/4$)という協和感の高い音程に基づく音律であるが、1オクターブ高い黄鐘を導出しようと仲呂をさらに $3/2$ 倍すると、その周波数は元の黄鐘の2倍ではなく2.027倍となり、23.5セントの差異が生じる。これは人が十分に認知できる差異であり、これを修正するために、黄鐘に限らず、1オクターブ高い音は、元の音の2倍の周波数としてその音高を導出する。

このことは、1オクターブを完全5度と完全4度の音程の組み合わせと考えるとわかりやすい。即ち、1オクターブ高い音の周波数は、元の音に対し、完全5度上(周波数比 $3/2$)と完全4度上(周波数比 $4/3$)の音程を1度ずつ組み合わせて得られる2倍の周波数であ

7) 標準音の音高には平安時代以降微少な変動があり、応永年間(1394-1428)に半律程度高くなり、永正年間(1504-1521)に元に戻り、室町末期から江戸時代にかけて半律程度下がり、幕末から明治初期にかけて再び戻った(平野他(1989), p.131, 林(1956), p.8-14)との説もあるが、これは自然発生的な変動である。この説に従えば、かつての標準音とは、平安時代や永正年間等の変動がない時期の標準音のことである。

8) 日本音名の壺越に相当する。中国律名の黄鐘と日本音名の黄鐘は、異なる律(音)である。

るが、完全5度上（周波数比 $3/2$ ）と完全4度下（周波数比 $3/4$ ）の音程を6度ずつ組み合わせる三分損益法によれば、 $3^{12}/2^{18}$ 倍の周波数となり、23.5セントの差異が生じるのである。西洋においても、三分損益法とほぼ同様の方法で導出するピタゴラス音律が知られているが、この23.5セントの差をピタゴラス・コンマと呼ぶ。また、1オクターブ高い（周波数を2倍した）黄鐘^{こうしやう}の周波数を $2/3$ 倍して完全5度下（あるいは元の黄鐘^{こうしやう}を $4/3$ 倍して完全4度上）の仲呂を導出すると三分損益法による音高より23.5セント低くなり、これを $2/3$ 倍して完全5度下の無射等、以下、三分損益法と逆方向に計算を繰り返せば、23.5セント低い仲呂の音高を引き継ぎ、黄鐘^{こうしやう}以外の11音が全て23.5セントずつ低い十二律が導出される。この矛盾を解決しようとする試みは、洋の東西を問わず古くから行われており、現在では、十二平均律⁹⁾という一定の解を得ている。この十二平均律の計算は、漢代から論ぜられており、447（南北朝の宋の元嘉24）年頃には何承天がほぼ十二平均律に近いものを算出し、1584年には、明の朱載堉が、『律呂精義』において現在の十二平均律と同様のものに到達している。

2.1.2 順八逆六・順六逆八法

日本においては、三分損益法に相当するような十二律の導出法を独自に規定した古文書はないが、𪛗越^{ひやうじやう}、平調^{そうじやう}、双調^{おうしき}、黄鐘^{ばんしき}、盤渉^{しんせん}、神仙の6つの音名が唐の俗楽二十八調名にあった（平野他（1989），p.122）り、湛智の『声明用心集』や宗淵の『声律羽位私記』等の声明楽理書において唐の律名と日本の音名が混用（天納（2000），p.179–180）されていたりするため、十二律の導出法は三分損益法に由来することは間違いない。また、種々の史実や実測により、日本では、三分損益法と同じ手順で導出する順八逆六法と、三分損益法とは逆方向に導出する順六逆八法を組み合わせると十二律を導出する（平野他（1989），p.122）とされている。ただし、順八逆六法はともかく順六逆八法という呼称を記した古文書はなく、両者は近代の研究者が付与したものである。

図1は、日本の十二律を音高順に円環状に配置し、4度および5度の音程に当たる音同士を直線で結んだ甲乙図であり、各音はこの直線の繋がり順に導出される。以下に各音の周波数の導出法を示す。標準音は𪛗越であり、順八逆六法は、𪛗越を $3/2$ 倍して黄鐘^{おうしき}、黄鐘^{おうしき}を $3/4$ 倍して平調、平調を $3/2$ 倍して盤渉、盤渉を $3/4$ 倍して下無^{しもむ}、下無を $3/2$ 倍して上無^{かみむ}、上無を $3/4$ 倍して𪛗鐘^{ふしやう}、𪛗鐘を $3/4$ 倍して断金^{たんぎん}、断金を $3/2$ 倍して鸞鏡^{らんげい}、鸞鏡を $3/4$ 倍して勝絶^{しょうせつ}、勝絶を $3/2$ 倍して神仙、神仙を $3/4$ 倍して双調と、十二律の全音高を導出可能である。順六逆八法は、𪛗越を $4/3$ 倍して双調、双調を $4/3$ 倍して神仙、神仙を $2/3$ 倍して勝絶、勝絶を $4/3$ 倍して鸞鏡、鸞鏡を $2/3$ 倍して断金、断金を $4/3$ 倍して𪛗鐘、𪛗鐘を $4/3$ 倍して上無、上無を $2/3$ 倍して下無、下無を $4/3$ 倍して盤渉、盤渉を $2/3$ 倍して

9) 標準音の周波数を2の12乗根倍することで半音を積み重ねていく音律。

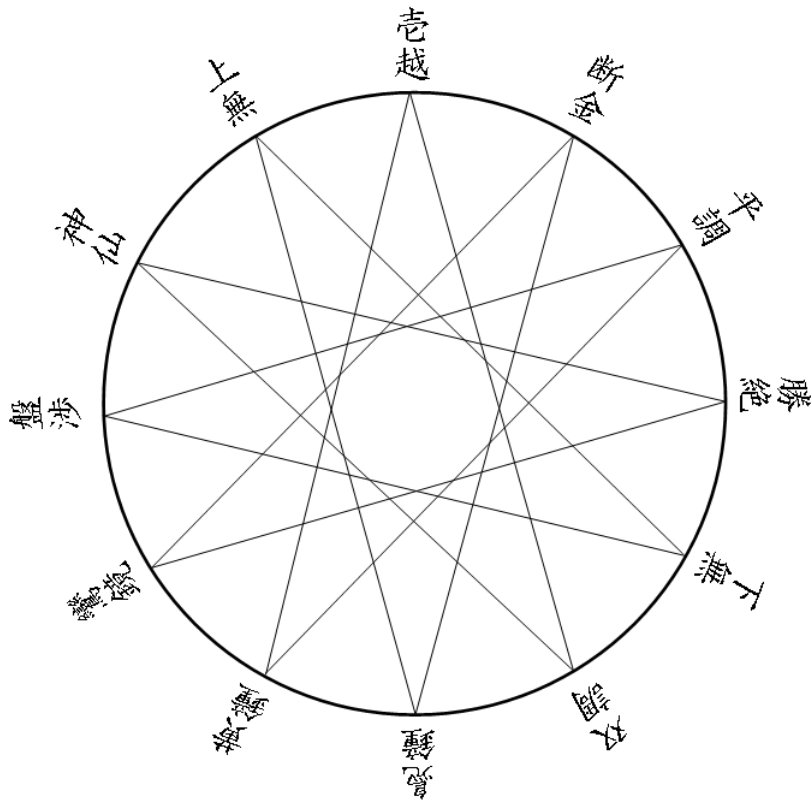


図1 日本における十二律の甲乙図。

平調，平調を $4/3$ 倍して黄鐘^{おうしき}と，こちらも十二律の全音高を導出可能である。また，壹越以外の音は，順六逆八法で導出した場合は順八逆六法で導出した際より 23.5 セント低くなる。このように述べると，順八逆六法および順六逆八法は，単に中国の三分損益法を日本化した十二律の導出法^{おうしき}であるように見過ごされる恐れがあるが，その出自は全く異なるものである。

まず，三分損益法であるが，これは，十二律や五声の音高および音律を客観的に定めることが目的であり，律管の長さや径を数値で規定し，（その当時，周波数という概念はなかったが）周波数比に対応する比を十二律の各音に付与した（楠山 (1982), p.167-173）ものである。これに対し，順八逆六法および順六逆八法は，実際の演奏を目的とした楽器の調律法である「順のうつり」および「逆のうつり」に従い，聴覚という主観的な判断で作られる音階を近代において完全 4 度や完全 5 度という客観的な音程の概念で説明した音律の楽理である。

中村宗三が著し，1664 年に発行された『糸竹初心集』において，「又，順のうつり逆の

うつりということあり。順八逆六と覚ゆるなり。順のうつりとは、一 黄 平 盤 双 上 鳧 断 鸞 勝 神 下、これを八のうつりともいう。(中略) 逆のうつりとは、一 下 神 勝 鸞 断 鳧 上 双 盤 平 黄、これを六つのうつりともいうなり¹⁰⁾」とあり、図1と同様の趣旨の甲乙図を記している(中村(1989), p.202-203)。なお、ここでは、双調と下無を逆に用いている(東洋音楽学会編(1982), p.141-142)ため、これを勘案すれば、「順のうつり」は、 $\text{壺越} \rightarrow \text{黄鐘} \rightarrow \text{平調} \rightarrow \text{盤涉} \rightarrow \text{下無} \rightarrow \text{上無} \rightarrow \text{鳧鐘} \rightarrow \text{断金} \rightarrow \text{鸞鏡} \rightarrow \text{勝絶} \rightarrow \text{神仙} \rightarrow \text{双調}$ と、順八逆六法の導出順と一致し、「逆のうつり」は、 $\text{壺越} \rightarrow \text{双調} \rightarrow \text{神仙} \rightarrow \text{勝絶} \rightarrow \text{鸞鏡} \rightarrow \text{断金} \rightarrow \text{鳧鐘} \rightarrow \text{上無} \rightarrow \text{下無} \rightarrow \text{盤涉} \rightarrow \text{平調} \rightarrow \text{黄鐘}$ と、順六逆八法の導出順に一致する。即ち、「順のうつり」および「逆のうつり」は、近代の楽理である順八逆六法および順六逆八法における十二律の導出手順のみを示したものである。

人は、同時に発せられる2音の基音周波数が単純な整数比であるときに、美しいと感じる聴覚特性を有している。中でも、絶対協和音程(周波数比1:1の完全1度, 周波数比1:2の完全8度)および完全協和音程(周波数比3:4の完全4度, 周波数比2:3の完全5度)といった完全音程を比較的正確に認知できるため、これを利用しての調律が可能である。楽箏¹¹⁾の場合、調子¹²⁾の基準となる音を調律具や笙等から取り、基準の絃を合わせ、その後、各絃を完全1度, 完全8度, 完全4度, 完全5度の関係にある音高に順次定めていく。この中で、完全5度上あるいは完全4度下の音高を定める工程は「順のうつり」に、完全4度上あるいは完全5度下の音高を定める工程が「逆のうつり」に準じる。即ち、「順のうつり」および「逆のうつり」に基づく調律の工程は、完全協和音程に基づく調律法と言える。

「順のうつり」で導出される音律は、三分損益法による音律と同じであるため、それを踏まえれば、「順のうつり」による音律は、結果的に各音の周波数比で理論的に規定されているとも言えるが、「逆のうつり」に関しては、その音律を律管の寸法や各音の周波数比等の数値として規定した古文書はない¹³⁾。即ち、「順のうつり」および「逆のうつり」は、あくまでも楽器の調律手順を示したものであり、特に、「逆のうつり」は、楽器の調律に際し自然発生的に生まれた概念と考えるべきである。

例えば、笙の調(調律)に際しては、平調の音を基準とし、順八逆六法により、平調→

¹⁰⁾ ここで言う順八逆六とは順八逆六法のことではない。順八とは順および八のうつり、逆六とは逆および六つのうつりであり、順八は近代の順八逆六法、逆六は近代の順六逆八法と呼応すると見るべきである。

¹¹⁾ ここでは、雅楽の箏をさす。

¹²⁾ 調子には、音高、音律等の意味もあるが、本論文では、音律および主要音の音高を指定する「調」の意味(平野他(1989), p.109)に限定して用いる。

¹³⁾ 1996(元禄12)年発行の『大怒佐』において、三味線の勘所を図解し、各音高を発音するための上駒からの寸法が明記されている例があるが、勘所という言葉が示すとおり、理論値ではなく経験値を示したものにすぎない。また、後世の研究により、2度, 4度, 5度, 8度の勘所が理論値との差が少ない(東洋音楽学会編(1982), p.168)ことが明らかになっているが、この事実が示すとおり、この勘所図は経験値であって理論値ではない。

盤渉→下無→上無→鳧鐘，順六逆六法により，平調→^{おうしき}黄鐘→^{おうしき}壺越→双調→神仙という順序で調律を行う（東儀（1989），p.112）。これを標準音である壺越を基準とする導出法として書き直すと，順八逆六法で，^{おうしき}壺越→^{おうしき}黄鐘→平調→盤渉→下無→上無→鳧鐘までの6音，順六逆八法で，^{おうしき}壺越→双調→神仙までの2音を導出することになる。

この例において，壺越から下方に双調を取る際に，聴覚により比較的正確に合わせられる音程は協和感の高い完全5度であるため，この音程は自ずと順六逆八法の理論に従うことになる。逆に，完全5度よりも23.5セント狭い音程となるよう，本来の双調よりも23.5セント高い音を導出することは，聴覚に頼った調律では困難なため，順八逆六法の理論に準じた音程にならないことは自然である。また，双調の音を「順のうつり」に準じて取るには神仙，神仙の音を取るには勝絶，勝絶の音を取るにはさらに鸞鏡の音が必要となるが，通常の笙では勝絶と鸞鏡を奏することはできないため，「順のうつり」による双調の調律は実質的に困難である。「逆のうつり」は，このような楽器の調律における合理性に従い，自然発生的に生まれた手順をまとめた概念と言える。

また，「逆のうつり」という調律手順が生まれたもう一つの背景としては，順八逆六法と順六逆八法による音高の差異，即ち，ピタゴラス・コンマの概念がある時期まで十分に認知されていなかったこともその可能性として考えられる。日本では，1692（元禄5）年，和算家中根元圭が『律原發揮』上下相生論（中根（1990），p.7-9）において十二平均律の計算法を説いたが，中根の研究は，1584年に明の朱載堉が書いた『律呂精義』を契機としており，735年の『楽書要録』による三分損益法の伝来からは随分と時間がある。また，古くからピタゴラス・コンマの差異を認識していたのであれば，『楽書要録』における三分損益法の説明のように順六逆八法による音律を規定した古文書が存在してもよいはずである。

ところで，十二律の導出に際し，順八逆六法と順六逆八法を組み合わせるにより，12通りの音律を得られることは明らかであり，本論文では，順八逆六法で導出する音の数を m ，順六逆八法で導出する音の数を n とし，この組み合わせで導出する音律を「音律 $m-n$ 」と呼ぶ。例えば，三分損益法は，順八逆六法で導出する音が^{こうしょう}黄鐘以外の11音であるため，音律 11-0 であり，俗楽十二律は，4.1節で後述するように，出口等の研究（出口・白井（2001），p.642-649）により，音律 3-8 であることが知られている。これに関連し，本論文では，雅楽器の調律に準じた十二律を「本来の雅楽十二律」と呼び，12通りの音律のいずれであるかを4.2節で明らかにする。

2.2 十二律の音高を推定する際のサンプル

2.2.1 ロンドン発明品博覧会へ出展した音叉列群とエリスの測定値

十二律の周波数を推定する際のサンプルとしては、1884年にアレクサンダー・エリス¹⁴⁾が測定した音叉群の測定値（エリス (1951), p.181-205）が適当である。この音叉群は、文部省直轄の音楽取調掛¹⁵⁾掛長¹⁶⁾伊澤修二が送付したもので、1885年に開催されたロンドン発明品博覧会への出展を目的として製作された。エリスが測定した音叉群は3群あり、出品目録によれば、「雅楽琵琶平調¹⁷⁾の調子を示すべき調音叉」4個、「俗楽平調子^{ひら}を示すべき調音叉」8個、「日本音楽十二律を示すべき調音叉」13個から構成される（東京芸術大学百年史編集委員会 (1987), p.193）。本論文では、これらをそれぞれ、平調音叉列、平調子音叉列、十二律音叉列と呼ぶ。また、俗楽とは、日本における雅楽以外の音楽のことであり、古くは雑楽と呼ばれていた雅楽の対語を明治時代になって音楽取調掛等がこのように呼んだ（平野他 (1989), p.86）ものである。

ここで注意すべきは、「日本音楽十二律を示すべき調音叉」における日本音楽の意味である。「雅楽琵琶平調の調子を示すべき調音叉」には雅楽、「俗楽平調子を示すべき調音叉」には俗楽と明記されているが、「日本音楽十二律を示すべき調音叉」にはどちらも記されていない。仮に、この十二律が、雅楽あるいは俗楽そのものの十二律であれば、平調音叉列や平調子音叉列に倣い、日本音楽十二律ではなく、雅楽十二律か俗楽十二律のいずれかの呼称を用いたはずである。したがって、これは、雅楽、俗楽、どちらの音律でもないと捉えるべきである。ところが、このころの日本音楽には雅楽と俗楽しかなかったのだから、日本音楽十二律とは、雅楽と俗楽を統合した日本音楽の十二律と捉えるのが適当である。これに関しては、4.3節で、本来の雅楽十二律と俗楽十二律の音律を比較し、日本音楽十二律の音律を推定する。

2.2.2 残差の評価基準

表1に、十二律音叉列の測定値（エリス (1951), p.200-201）と現在の雅楽十二律の理論値（押田 (1981), p.24）を示す。表1には、日本音名に対応する西洋音名も示すが、これらは目安であり、東西の音高が完全に一致するわけではない。また、周波数の有効数字に関し、現在の雅楽十二律の理論値を引用元に準じ小数第2位まで明示する。エリスの測定値も引用元に準じ小数第1位まで明示し、音程に関しては、セント値を小数第1位まで算出するが、これらは本論文を通してのものである。以下に音程について詳説する。

音程は、十二律の音律を示すだけでなく、各音高の理論値と測定値の残差の評価にも活

¹⁴⁾ イギリスの音響学者、比較音楽学者。音程値としてセントの活用を提唱した。

¹⁵⁾ 現東京芸術大学。

¹⁶⁾ 学長に相当。

¹⁷⁾ 十二律のうち、平調と双調は、音名としても調子名としても活用される。

表 1 十二律音叉列の測定値と現在の雅楽の理論値.

音名		十二律音叉列の測定値			現在の雅楽の理論値		
西洋	日本	周波数 [Hz]	音程 [cents]		周波数 [Hz]	音程 [cents]	
			1 律間	壹越から		1 律間	壹越から
D	壹越	585.4	109.6	1200.0	573.33	113.7	1200.0
C #・D ♭	上無	549.5	104.5	1090.4	536.89	90.2	1086.3
C	神仙	517.3	88.6	985.9	509.63	90.2	996.1
B	盤渉	491.5	113.5	897.3	483.75	113.7	905.9
A #・B ♭	鸞鏡	460.3	89.9	783.8	453.00	90.2	792.2
A	黄鐘	437.0	110.0	693.9	430.00	113.7	702.0
G #・A ♭	鳧鐘	410.1	80.4	583.9	402.67	90.2	588.3
G	双調	391.5	118.0	503.5	382.22	90.2	498.0
F #・G ♭	下無	365.7	110.4	385.5	362.81	113.7	407.8
F	勝絶	343.1	87.4	275.0	339.75	90.2	294.1
E	平調	326.2	112.9	187.6	322.50	113.7	203.9
D #・E ♭	断金	305.6	74.7	74.7	302.00	90.2	90.2
D	壹越	292.7	—	0	286.67	—	0

用できる。本論文では、かつての標準音の仮の周波数を定めた後、平調音叉列、平調子音叉列、十二律音叉列の音律に準じ、各音高の仮の理論値を算出し、エリスの測定値との残差に対し統計および聴覚等の観点から検討を行うことで、かつての標準音の真の周波数を推定する。それに際しては、周波数の差を残差とするのではなく、セント値を残差とする。周波数 f_0 に対する周波数 f_1 のセント値は、 $1200 \log_2(f_1/f_0)$ であり、セント値は、音程（周波数の比）の等比級数的な関係を等差級数的な関係に変換する。例えば、周波数比が 2 である 1 オクターブの音程は 1200 セントであり、周波数 f_2 に対する $2f_2$ 、 $2f_2$ に対する $4f_2$ の音程を、人は同じ音程として知覚する。このように、セント値は、人間の聴覚特性に沿っており、人が調定を行った音叉の測定値の残差として活用すべきパラメーターである。これに対し、周波数の差は、同じ音程であっても、 f_2 と $2f_2$ の差は f_2 、 $2f_2$ と $4f_2$ の差は $2f_2$ というように異なるため、これを残差とすることは不適切である。

また、セント値を小数第 1 位まで算出する理由は、聴覚の観点からの音高の残差の判定基準に、以下に示す音程の閾値を活用するためである。音程の閾値とは、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の閾値 7 セント程度¹⁸⁾、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度（田辺 (1982), p.129）であるが、程度という表現があいまいなため、本論文では、7 セントと 13 セントの平均を閾値とし、7 セント程度を 4 セント以上 10 セント未満、13 セント程度を 10 セント以上 16 セント未満とする。一方、ロンドン発明品博覧会への出品目録

¹⁸⁾ このような人はめったにいない。

によれば、エリスが測定した音叉群は全て富岡米蔵による製造であるが、調定は音楽取調所¹⁹⁾御用掛の2名、即ち、平調音叉列と十二律音叉列は芝葛鎮²⁰⁾、平調子音叉列は山勢松韻²¹⁾がそれぞれ分担（東京芸術大学百年史編集委員会（1987）、p.193）している。本論文では、音楽取調所御用掛である芝葛鎮と山勢松韻の音程の閾値は、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の閾値7セント程度（4セント以上10セント未満）と同等とみなし、音高の残差がこれと同等であれば、音楽取調所御用掛が調定した音叉として矛盾がないと判断する。また、音高の残差が、かなりよく訓練された人の閾値13セント程度（10セント以上16セント未満）であった場合は大きな矛盾はないとするが、これを越えた場合は、音楽取調所御用掛が調定した音叉とするには疑わしいと判断する。

2.2.3 田辺の音律

十二律音叉列の音律は、既に田辺により音律4-7であると推定され、その音律（以下、田辺の音律とする）は、昭和時代半ばに、現在の雅楽十二律の音律²²⁾（押田（1981）、p.24）として採用されている。しかしながら、田辺は、日本音楽十二律を雅楽と俗楽を統合した音律とは考えず、単に「日本の十二律」（田辺（1956）、p.67-70）と捉えたため、音律4-7は、日本音楽十二律としても本来の雅楽十二律としても疑わしいものである。以下に詳説する。

田辺は、音律4-7を導出する際に、十二律音叉列の壺越の周波数292.7 Hz（エリス（1951）、p.200-201）を基点として三分損益法を行い、「日本の十二律」として各周波数の理論値を算出し、測定値との残差を周波数の差として検討した。その結果、^{おうしき}黄鐘、平調、盤渉、下無の4音の残差は少ないが、双調、神仙、勝絶、鸞鏡、断金、鳧鐘、上無の7音の残差が多いことに気づき、笙の調律法が「順のうつり」と「逆のうつり」を併用していることを根拠に、十二律音叉列の音律は、順八逆六法を下無まで、順六逆八法を上無まで進める組み合わせにより導出する（田辺（1956）、p.67-70）と指摘した。伊澤がエリスに送付した音叉群には、音程の理論値（エリス（1951）、p.197-201）も添付されたが、これは三分損益法によるものであり、順八逆六法と順六逆八法の併用による音程の理論値には触れられていない。即ち、伊澤の時代には、十二律音叉列の理論値は明らかにされていなかったわけで、順八逆六法と順六逆八法の併用による導出を指摘した田辺の事績には襟を正さしむるものがある。

しかしながら、田辺の音律は、十分な考察に基づいて導出されたものとは言えないのである。そもそも、音高の残差の検討を、聴覚特性を反映しない周波数の差で行ったこと自

¹⁹⁾ 音楽取調掛を音楽取調所と呼んだ時期もある。

²⁰⁾ 芝家は奈良方の楽家（雅楽を独占的に伝承してきた家系）の1つで、葛鎮は1870年東京に移住し、宮内省の雅楽局創設に尽力した（平野他（1989）、p.657）。

²¹⁾ 山田流箏曲家。山勢家三代家元。1880年音楽取調掛に出仕した（平野他（1989）、p.759）。

²²⁾ 『雅楽鑑賞』によれば、上無は順八逆六法による導出（押田（1981）、p.24）とされるが、実際の周波数は、順六逆八法による導出である。

体適切ではないが、仮に、田辺の計算法に準じ、292.7 Hz を基点に周波数の理論値を小数第2位まで算出しても、より残差平方和が少なくなるのは、田辺の音律ではなく、音律3-8、即ち、俗楽十二律の音律である。詳細には、この2つの音律は、下無の音高のみ異なり、エリスの測定値365.7 Hz (エリス (1951), p.200-201) に対し、田辺の音律における370.5 Hz は4.8 Hz 高くなるが、俗楽十二律における365.5 Hz は0.2 Hz 低いのみである。このような結果からも、田辺の音律を日本音楽十二律の音律として無条件に受容することはできないのである。

また、現在の雅楽十二律の壱越の周波数は、エリスの測定値を精査して推定したものでなく、単に、^{おうしき}黄鐘の周波数を西洋音名Aよりも10 Hz 低い430 Hz と定め、これを基点に286.67 Hz と導出(押田 (1981), p.24) したものであるため、かつての標準音の周波数とは言えない。

総じて、現在の雅楽十二律は、音律および音高とも、本来の雅楽十二律とは一致しない可能性が高く、これについては、第4章および第5章で明らかにする。

3. 標準音の推定

十二律の音高の理論値を推定するには、標準音である壱越の周波数を明らかにする必要がある。そのため、本章では、壱越の周波数を仮に定め、音律が明らかになっている平調音叉列と平調子音叉列「近代の様式」における各音高の周波数の仮の理論値を算出し、各音高の残差群における95%信頼区間等を検討することにより、かつての標準音の音高を推定する。

3.1 かつての標準音の2つの候補

田辺は十二律音叉列における壱越の測定値292.7 Hz を基点として、「日本の十二律」の周波数を推定(田辺 (1956), p.67-70) したが、歴史的観点からは、吉備真備が唐から持ち帰った銅律管(銅製の十二律管²³⁾)を基準とする見方もある。

『續日本紀』巻12天平7(735)年4月26日条(黒板他 (1966), p.137)によれば、吉備真備が唐から持ち帰った『楽書要録』や銅律管の一部を朝廷に献上したとある。日本の雅楽で標準とされる音は、この銅律管の^{おうしき}黄鐘の測定値437 Hz (押田 (1981), p.23)との説があり、十二律音叉列の測定値437.0 Hz (エリス (1951), p.200-201)とも一致する。また、十二律音叉列は、皇室とのゆかりの深い「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を音叉に移したもの(平野他 (1989), p.122)とされるため、その一部、少なくとも^{おうしき}黄鐘は、吉備真備の銅律管の音高を直接あるいは間接的に移し、他の11音もこれを基準として導出し

²³⁾ 内径や管長により十二律の音高をそれぞれ示す上下貫通の12本の管。下端を閉じ、上端に斜めに息を吹き込んで吹奏する(平野他 (1989), p.327)。

た可能性がある。これに従い、^{おうしき}黄鐘の周波数を 437 Hz として、その完全 5 度下（周波数比 2/3）の^{おうしき}壱越の周波数を小数第 3 位まで算出すると、291.333 Hz となり、本章では、これがかつての標準音の^{おうしき}仮の周波数とする。そして、これを基点に他の 11 音高を順次小数第 3 位まで算出した後、全ての音高を小数第 2 位で四捨五入する。十二律全ての音高を小数第 2 位まで算出する理由は、最終的に、かつての標準音の周波数の 95%信頼区間を算出する際に、エリスの測定値に準じ、小数第 1 位まで算出するためであり、第 1 章で前述のとおり、音程を小数第 1 位まで算出するためでもある。

これらに基づき、本章では、平調音叉列と平調子音叉列における各音高の^{おうしき}仮の理論値を算出し、測定値との残差を統計および聴覚の観点から検討することにより、291.333 Hz と、これに対し 8.1 セント高い 292.7 Hz のどちらがかつての標準音として尤もらしいかを判断する。

3.2 平調音叉列の標準音

調子としての平調は、^{おうしき}壱越調、^{おうしき}双調、^{おうしき}黄鐘調、^{たいしき}盤渉調、^{たいしき}太食調とともに、^{りくちょうし}雅楽六調子の 1 つであり、主音を平調とし、^{おうしき}下無、^{おうしき}黄鐘、^{おうしき}盤渉、^{おうしき}上無からなる五音音階である。雅楽で用いる琵琶において、平調の調子は基本の調絃（東洋音楽学会編 (1984), p.263–264）であり、その一部を変更することで種々の調子の調律を行うことができる。

3.2.1 平調音叉列の音律

平調音叉列は、低い平調、^{おうしき}盤渉、高い平調、高い^{おうしき}黄鐘からなり（エリス (1951), p.204–205）、^{おあわせ}絃合（調絃）は、律管等の調律具から高い平調を取り、これを基点として、完全八度下（周波数比 1/2）の低い平調、完全 4 度下（周波数比 3/4）の^{おうしき}盤渉、完全 4 度上（周波数比 4/3）の^{おうしき}高い黄鐘を取る（東儀 (1989), p.121–122）ため、この関係がそのまま音律となる。また、^{おうしき}黄鐘は、^{おうしき}壱越の完全 5 度上（周波数比 3/2）の音であるから、平調の調子の各音高の周波数は、^{おうしき}壱越を標準音として理論値を算出できる。

3.2.2 平調音叉列の残差の検討

エリスの測定値は、低い平調が 162.9 Hz、^{おうしき}盤渉が 246.3 Hz、高い平調が 326.4 Hz、高い^{おうしき}黄鐘が 436.7 Hz（エリス (1951), p.204–205）であり、標準音の周波数を 291.333 Hz としたときのそれぞれの音高の理論値との残差において、サンプルサイズは 4、平均は -3.8 セント、標準誤差は 3.1 セント、95%信頼区間は -3.8 ± 9.8 セントである。この 95%信頼区間を 291.333 Hz を基準に周波数に換算すると、 $[289.1, 292.4]^{24)}$ であり、291.333 Hz はこの範囲に含まれるが、292.7 Hz は両側 95%信頼限界の上限を超える。即ち、真値は平均値

24) かつての標準音の^{おうしき}仮の周波数を 292.7 Hz として同様に算出しても、全ての音高の理論値は 8.1 セントずつ高くなるため、残差群も、平均のみが 8.1 セント低くなり、標準誤差や 95%信頼区間の幅も 291.333 Hz を基点としたときと同じである。よって、292.7 Hz を基準とした 95%信頼区間もこれと同じ値である。

に近似され信頼区間内にあるとすれば、平調音又列の標準音の周波数は、信頼水準 95%で 291.333 Hz であり、信頼水準 95%で 292.7 Hz ではないと言える。

次に、聴覚の観点から、残差の絶対値の最大値が理論値に対し音程の閾値を超えていないか検討する。標準音の周波数を 291.333 Hz としたときの平調の調子の構成音において、残差の絶対値の最大値は、低い平調の -10.3 セントであり、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度 (10 セント以上 16 セント未満) と同等であるため大きな矛盾はない。これに対し、標準音の周波数を 292.7 Hz としたときの各音高の残差の絶対値の最大値は、低い平調の 18.4 セントであり、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度 (10 セント以上 16 セント未満) を超えるため、その音高は音楽取調所御用掛が調定した音又の精度としては疑わしいものである。

以上述べたとおり、統計および聴覚の観点より、平調音又列の標準音の周波数を 291.333 Hz とする方が尤もらしく、292.7 Hz であることは疑わしい。また、平調は、雅楽六調子における一つの調子であり、その構成音は他の調子における構成音でもあるため、このことは、雅楽全般について言えることである。

3.3 平調子音又列の標準音

平調子は俗箏²⁵⁾において基本となる調子であり、他の調子は、平調子の一部を変化させることで調律される。また、俗箏では標準音の音高はあまり厳密でなく、特に歌曲では歌い手の都合により決められる等の実態があるため、調子名は音律のみを規定したものである。しかしながら、俗箏の調絃は、筑紫箏の調絃を陰音階に改めたものであり、筑紫箏の調絃法は楽箏のそれを移したものである (平野他 (1989), p.280) ため、本来、楽箏と俗箏の標準音は同一と考えられる。また、同じ音名であるのに音高が異なる等の混乱を防止するという観点からも、ロンドン発明品博覧会への出展の際は、平調音又列、平調子音又列、十二律音又列の標準音を同一としたと考えるべきである。

3.3.1 平調子音又列の音律

現在の平調子の調律は、音又等の調律具等から壺越を取り、壺越から完全 5 度下の双調、壺越から完全 4 度下の黄鐘^{おうしき}、黄鐘から短 2 度上の鸞鏡^{おうしき}、壺越から短 2 度上の断金を取り、その後、鸞鏡と断金が完全 5 度の関係になっているか確認するという手順で行われる (安藤 (1986), p.76)。即ち、現在の調絃法では、壺越-断金間、黄鐘-鸞鏡間の各音程を一致させるよう調律を行っている。これは、平調子以外の調子においてもなされ、現在の俗楽における短 2 度 (半音) および長 2 度 (全音) の音程は理論的にはそれぞれ 1 種類のみである。

一方、平調子において、核音と呼ばれる壺越、双調、黄鐘^{おうしき}は、壺越からの音程が完全 4

²⁵⁾ ここでは、俗楽の箏をさす。

度および完全5度であるため、調律の精度は演奏者によらず比較的安定しているが、浮動音と呼ばれる断金と鸞鏡は、^{おうしき} 壹越—断金間、^{おうしき} 黄鐘—鸞鏡間の半音の音程が演奏者により異なり、例えば、1895年頃に測定した演奏者5名に関しては、およそ70セントから100セント程度と幅があった²⁶⁾ (東洋音楽学会編 (1982), p.236-242) という実態がある。平調子音叉列には、「昔の様式」と「近代の様式」の2種類 (エリス (1951), p.202-204) があるが、両者は、浮動音である断金と鸞鏡の音高の差異と考えられ、「近代の様式」とは、その名称から、現在の調絃法に準じた、^{おうしき} 壹越—断金間、^{おうしき} 黄鐘—鸞鏡間の音程が90.2セントとなる音律、「昔の様式」とはそうではない音律であると考えられる。

3.3.2 平調子音叉列の残差の検討

表2に平調子音叉列の各音名の周波数と低い壹越からの音程を示す。表2において、昔Aは発明品博覧会に出品した「昔の様式」の音叉列、昔Bはその際にエリスに贈呈 (東京芸術大学百年史編集委員会 (1987), p.194) した「昔の様式」の音叉列、近代Aはロンドン発明品博覧会に出品した「近代の様式」の音叉列、近代Bはその際にエリスに贈呈 (東京芸術大学百年史編集委員会 (1987), p.194) した「近代の様式」の音叉列であり、「周波数」の項目にそれぞれの測定値、「標準音 (291.333 Hz) からの音程」の項目に、291.333 Hzを基点とした各音の音程を示す。なお、理論値とは、現在の調絃法に準じた平調子の音程の理論値、昔A、昔B、近代A、近代Bは、各測定値に基づくそれぞれの音程である。

一方、ロンドン発明品博覧会への出品目録によれば、「俗楽平調子を示すべき調音叉」の個数は8個 (東京芸術大学百年史編集委員会 (1987), p.193) であるが、昔Aと近代Aを出品したのであれば、総数は12個のはずである。そこで、表2の周波数を眺めると、「昔の様式」と「近代の様式」とで同じ音高となるはずの低い^{おうしき} 壹越、^{おうしき} 黄鐘、高い壹越は、それぞれ昔Aと近代A、昔Bと近代Bにおいて全て同じ値であることを確認できる。次いで、この3つの音の291.333 Hzからの音程に対し、それぞれ、昔A—近代A、昔B—近代Bの差群I、昔A—昔B、近代A—近代Bの差群IIを算出したところ、差群Iは6個とも0であったが、差群IIでは、1.8, 0.6, -0.8セントが2個ずつ出現していた。仮に、差群Iでは、差群IIの3値に差群Iでの値0を加えた4値が等しい確率で出現するとすれば、差群Iの値が全て0となる確率は、 $1/4^6$ であり、極めて稀なことである。また、差群Iと差群IIに対し、Leveneの検定 (p 値は0.001) 等を行い、等分散でないことも確認した。これらにより、「昔の様式」と「近代の様式」とで同じ音高となる音名に関しては、音叉を重複して製作しなかったと判断できる。また、その場合、双調の音叉も重複して製作しなかったはずで、これにより、出品目録に記載の個数が8個である事実と一致する。そこで、断金、双調、鸞鏡に対し、昔Aと近代Aおよび昔Bと近代Bの値を比較すると、双調の昔Bと近

²⁶⁾ 精度としての側面よりも音楽表現としての違いと捉えるべきである。

表2 平調子音叉列の周波数と音程.

音名	周波数 [Hz]				標準音 (291.333 Hz) からの音程 [cents]				
	昔 A	昔 B	近代 A	近代 B	理論値	昔 A	昔 B	近代 A	近代 B
壱越	582.4	581.8	582.4	581.8	1200.0	1199.2	1197.4	1199.2	1197.4
鸞鏡	465.1	464.9	459.8	460.6	792.2	809.8	809.1	790.0	793.0
黄鐘	437.9	438.1	437.9	438.1	702.0	705.5	706.3	705.5	706.3
双調	389.0	389.4	389.9	389.4	498.0	500.5	502.3	504.5	502.3
断金	309.0	309.0	306.0	306.0	90.2	101.9	101.9	85.0	85.0
壱越	291.5	291.4	291.5	291.4	0	1.0	0.4	1.0	0.4

代 B のみが同じ値であることに気づく。また、双調の昔 A と近代 A は、389.0 と 389.9 と数字が似通っているため、これは、測定から出版までのどこかの段階で 0 と 9 を誤認したもので、実は同じ音叉の測定値であった可能性が考えられる。よって、「昔の様式」および「近代の様式」の各音名の低い壱越からの音程に対し、昔 A-近代 A、昔 B-近代 B を算出し、低い壱越、双調、^{おうしき}黄鐘、高い壱越の差群 III と、断金、鸞鏡の差群 IV に対し、Welch の *t* 検定を行ったところ、*p* 値は 0.001 未満であり、統計的有意差が認められた。また、差群 III は、双調の昔 A-近代 A 以外は全て 0 であるが、双調の昔 A-近代 A にしてもわずか -4.0 セントであり、差群 IV の平均 17.4 セントとの差は 21.4 セントと、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度 (10 セント以上 16 セント未満) を大きく超えていた。これらにより、「昔の様式」と「近代の様式」の間では、低い壱越、双調、^{おうしき}黄鐘、高い壱越は同じ音高であるが、断金と鸞鏡は異なる音高であると判断できる。なお、これに従えば、前述のとおり、双調の昔 A と近代 A は本来同じ値でいずれかが誤記ということになる。

また、平調子音叉列「近代の様式」の残差に関し、サンプルサイズは 12、平均は 0.4 セント、標準誤差は 1.1 セント、95%信頼区間は 0.4 ± 2.4 セント (幅 4.8 セント) である。この 95%信頼区間を 291.333 Hz を基準に周波数に換算すると、[291.0, 291.8] であり、291.333 Hz はこの範囲に含まれるが、292.7 Hz は両側 95%信頼限界の上限を超える。即ち、真値は平均値に近似され信頼区間内にあるとすれば、平調子音叉列「近代の様式」の標準音の周波数は、信頼水準 95% で 291.333 Hz であり、信頼水準 95% で 292.7 Hz ではないと言える。また、近代 A の双調の周波数 389.9 Hz が誤記であり、昔 A の 389.0 Hz が正しい値である可能性もあるため、近代 A の双調の周波数を 389.0 Hz として計算を行うと、残差に関し、サンプルサイズは 12、平均は 0.1 セント、標準誤差は 1.0 セント、95%信頼区間は 0.1 ± 2.1 セント (幅 4.2 セント) となり、95%信頼区間はさらに狭くなる。即ち、95%信頼区間の幅は 4.8 セントあるいは 4.2 セントのいずれかであるが、両者は、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値 7 セント程度 (4 セント以上 10 セント未満) の下限 4 セントとほぼ同程度であるほど狭いため、平調子音叉列「近代の様式」における標準音の周

波数を 291.333 Hz と断定しても実質的に問題はない。

さらに、表 2 によれば、標準音の周波数を 291.333 Hz としたときの「近代の様式」である平調子の構成音の残差の絶対値において、近代 A の双調の周波数が 389.9 Hz である場合は、近代 A の双調が 6.5 セント高いのが最大、近代 A の双調の周波数が 389.0 Hz である場合は、断金の近代 A および近代 B の 5.2 セント低いのが最大である。これらの値は、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値 7 セント程度（4 セント以上 10 セント未満）と同等であり、音楽取調所御用掛が調定した音叉の精度として矛盾がない。

以上により、平調子音叉列「近代の様式」の各音高の理論値は、標準音の周波数を 291.333 Hz とし、現在の調絃法に準じた際の平調子の理論値とすることができる。また、平調子以外の調子に関しても標準音は同一であるため、俗楽全般において、本来の標準音の周波数は 291.333 Hz であると言える。

これをさらに裏付けるために、三橋検校²⁷⁾の製作による^{しけつ}四穴²⁸⁾を取り上げる。四穴において、^{つね}壱越は筒音と呼ばれ、他の 11 音全ての音高に影響を与えるため、製作の初期段階において慎重に定められる。竹を素材とする際は、篠竹のような素直な細い（管径 15~13mm 程度）ものを用意し、一方は節を残し、80mm 程度に切る。次いで、音高を確かめながら徐々に短くし、低めの音から^{つね}壱越の音高に近づけていく（渡辺（1980），p.73）。その後、筒に 4 つの孔を開け、他の 11 音を定めていくが、この 11 音が所望の音高を得られないことは往々にしてあり、歩留まりは 3~5 割程度で、穿孔作業も非常に骨が折れる（山口（1927），p.17-18）ものである。このような実態を考慮すれば、三橋検校の四穴においても、筒音である^{つね}壱越は特に慎重に音高を定められたと考えられ、仮に筒の長さを短くしすぎて標準音よりも高くなったことがあったとしても、筒の長さを定める初期の作業であるため、新たな素材を用意する労を厭わなかったとも想像される。即ち、筒音である^{つね}壱越の音高は、他の 11 音と比較してその信頼性は高いと考えられる。田辺の測定によれば、この四穴の^{つね}壱越の有効測定範囲は 582 ± 0.5 Hz（田辺（1910），p.233-235）であり、測定誤差は ± 1.5 セントである。この音高の 1 オクターブ下の周波数 291 Hz は、前述した標準音の周波数 291.333 Hz に対し 2 セント低いのみであるから、その差は最大でも 3.5 セントであり、これは、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値 7 セント程度（4 セント以上 10 セント未満）の下限に満たない。即ち、本章で算出した俗楽の標準音の周波数 291.333 Hz は、三橋検校の四穴の^{つね}壱越とも正確に一致していると言える。

27) 箏曲江戸生田流の祖（平野他（1989），p.744）。

28) 江戸時代以降、俗楽で用いられた音律具。一竹ともいい、竹または象牙の 1 本の円筒に開けた四指孔により十二律を得る（平野他（1989）： p. 328）。

3.4 日本音楽十二律の標準音

3.2 節および 3.3 節より、平調音又列と平調子音又列「近代の様式」（近代 A の双調の周波数を 389.9 Hz した場合）のそれぞれの残差の平均の差は -4.2 セントであった。これは特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値 7 セント程度（4 セント以上 10 セント未満）の下限と同等であり、聴覚の観点からはほぼ差がないと言ってもよい。次に、Welch の t 検定を行ったところ、 p 値は 0.267 であり、統計的有意差も認められなかった。また、平調子音又列の近代 A の双調の周波数を 389.0 Hz とした際は、平均の差が -3.9 セントと、さらに少なく、Welch の t 検定を行っても p 値は 0.298 であり、統計的有意差は認められなかった。即ち、平調音又列と平調子音又列「近代の様式」は、聴覚および統計の観点より、標準音は同一とみなすことができ、ひいては本来の雅楽と俗楽の標準音は同一とみなすことができる。これにより、第 2 章で前述のとおり、「日本音楽十二律を示すべき調音又」における日本音楽十二律が本来の雅楽十二律と俗楽十二律を統合した日本音楽の十二律であれば、十二律音又列の標準音の周波数も、平調音又列および平調子音又列と同様、291.333 Hz とするのが妥当である。

4. 日本における十二律の音律

第 2 章で前述のとおり、完全 5 度と完全 4 度の音程を活用して調律する十二律の音律は、音律 m - n のいずれかであり、実際の調律法を照合することにより、その実態を知ることができる。本章では、まず、既に明らかになっている俗楽十二律の音律を詳説し、その後、本来の雅楽十二律および日本音楽十二律の音律を明確にする。

4.1 俗楽十二律の音律

現在の俗箏の絃合は、音又等から基準となる音だけを取り、他の絃は基準となる絃に対し、完全 1 度、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度、短 2 度（ただし、十二平均律の半音より狭い半音）の音程となるよう聴覚に頼り順次調律するのが原則（安藤 (1986), p.70）である。これに関し、出口等は、各種調子の箏譜を分析し、実際の楽曲において半音の音程が出現する 2 音の音名が固定されていることから、その音程を x 、実際の楽曲では出現しない 2 音間の半音の音程を y 、全音の音程を xy とし、十二律の半音の音程を積み重ね、1 オクターブの音程が $(xy)^5 x^2 = 2$ であることに基づいて俗楽十二律の音律を規定し、 x を 90.2 セントと算出（出口・白井 (2001), p.644-649）した。この導出法は、尙越を標準音として、尙越を $3/2$ 倍して黄鐘、黄鐘を $3/4$ 倍して平調、平調を $3/2$ 倍して盤渉までの 3 音を導出し、尙越を $4/3$ 倍して双調、双調を $4/3$ 倍して神仙、神仙を $2/3$ 倍して勝絶、勝絶を $4/3$ 倍して鸞鏡、鸞鏡を $2/3$ 倍して断金、断金を $4/3$ 倍して晁鐘、晁鐘を $4/3$ 倍して上無、上

無を2/3倍して下無までの8音を導出して俗楽十二律の音律を規定²⁹⁾するものであり、その音律は音律3-8である。

4.2 本来の雅楽十二律の音律

2.1.2項で前述のとおり、本来の雅楽十二律の音律を示した古文書はない。しかしながら、「順のうつり」と「逆のうつり」の併用による楽器の調律手順を整理すれば、壱越を除く11音が、順八逆六法および順六逆八法のいずれにより導出されるかが明らかになり、本来の雅楽十二律の音律を帰納的に求めることができる。また、安倍季尚³⁰⁾が1690(元禄3)年に完成した『楽家録』に、「日本の律管は、三分損益法に従い、管の長さや径を規定するのではなく、古来より律声を模するのみ(東儀(1989), p.125)」とあることがこれを裏付ける。以下に検証を行う。

笙においては2.1.2項で前述のとおりであるが、各笙管に割り当てられる音名は、正倉院にある天平時代のものから変化がない(東洋音楽学会編(1984), p.350-351)ため、調律手順も天平時代以降同じであると考えられる。また、箏、琵琶、和琴においても各調子の絃合に基づく音律は、笙の調^{しらべ}による音律と同じ関係が保たれている。以下にこれを説明する。

壱越調、平調、双調、黄鐘調、盤渉調、太食調の雅楽六調子においては、一つの調子に十二律の全ての音が使われているわけではなく、五声なら5つ、七声なら7つの音で構成される。即ち、箏、琵琶、和琴の絃合は、各調子の構成音に従って調律が行われるわけである。

箏(東儀(1989), p.105-106)の場合、現在の壱越調は、壱越を音叉等の調律具や笙等から取り、順八逆六法に準じて、壱越^{おうしき}→黄鐘→平調→盤渉→下無、現在の盤渉調は、盤渉を調律具等から取り、順八逆六法に準じて、盤渉→下無→上無→覺鐘等、現在の双調の調子は、双調の音を調律具等から取り、順六逆八法に準じて、双調→壱越等と調絃する。同一音名は同一音高としてこれらを整理すると、結局、現在の箏の音律は、順八逆六法で、壱越^{おうしき}→黄鐘→平調→盤渉→下無→上無→覺鐘、順六逆八法で、壱越→双調と導出する音律であり、他の3つの調子もこの音律の一部を含むものである。なお、現在の箏の調絃法は、1192(建久3)年以前に藤原師長³¹⁾が著した『仁智要録』記載の平安時代の調絃法に対し、13本の各絃に合わせる音名が全て一致しているのは太食調と壱越性調(現在の壱越調)の2調子のみである。ただし、他の調子、即ち、『仁智要録』における壱越調、平調、双調、黄鐘調、水調、盤渉調にしても、その構成音は現在の箏の調絃法による構成音と同様(林(1973), p.208-216)であるため、音律も同様とみなすことができる。また、後世

²⁹⁾ 出口らは、F#(下無)を基音とした三分損益法(出口・白井(2001), p.645)としたが、日本における標準音は壱越であり、下無を基準とすべき理由はない。

³⁰⁾ 阿倍家は京都方の楽家であり、箏・琵琶を専門とする。季尚が著した『楽家録』は50巻からなり、雅楽の全分野に渡り体系的・科学的に論考した大著である(平野他(1989), p.591)。

³¹⁾ 平安時代の政治家であり音楽家。太政大臣にまで累進した音楽家は他に例を見ない(平野他(1989), p.735)。

の楽箏に関係があるのは、平安時代の箏師が三調と称し特に流布した¹ 尙越性調、平調、太食調（林（1973），p.208-216）である等、他の時代においても調子の構成音は変わらないため、楽箏の音律は、少なくとも『仁智要録』の頃から変化がないと考えられる。

琵琶（東儀（1989），p.121-122）の絃合は、4本ある各絃の放絃（開放絃）の音を調律するのが基本で、現在の尙越調は、尙越を調律具等から取り、順八逆六法に準じて、尙越 → 黄鐘² → 平調、現在の盤渉調は、盤渉を調律具等から取り、順八逆六法に準じて、盤渉 → 下無、順六逆八法に準じて、盤渉 → 平調等、現在の双調の調子は、双調の音を調律具等から取り、順六逆八法に準じて、双調 → 尙越等と調絃する。同一音名は同一音高としてこれらを整理すると、結局、現在の琵琶の音律は、順八逆六法で、尙越 → 黄鐘² → 平調 → 盤渉 → 下無、順六逆八法で、尙越 → 双調と導出する音律であり、他の3つの調子もこの音律の一部を含むものである。なお、琵琶の調絃法は、唐代の『楽書要録』に記載のものから近世にかけて変化があり、例えば、遣唐使判官として藤原貞敏³²が楊州で受伝した『琵琶諸調子品』一卷において、4本の絃が、低い黄鐘²、神仙、平調、高い黄鐘²に調絃される風香調の調絃法では、順六逆八法により神仙を導出するための双調、双調を導出するための尙越の音がない等（東洋音楽学会編（1984），p.263-284）、一部、現在の音律と一致するか否か確認できない調絃法もある。しかしながら、風香調における双調の音も他の調絃法で導出される双調と同じ音高とみなせば、その音律は、現在の音律と一致するため、雅楽における琵琶の音律は、『楽書要録』伝来の頃から変化がないと考えられる。

和琴（東儀（1989），p.127-128）の場合、現在の神楽の絃合は、尙越を調律具等から取り、順八逆六法に準じて、尙越 → 黄鐘² → 平調 → 盤渉、順六逆八法で、尙越 → 双調等と導出し、現在の東遊の絃合は、平調の音を調律具等から取り、順八逆六法により、平調 → 盤渉 → 下無 → 上無、順六逆六法により、平調 → 黄鐘²等と調絃する。同一音名は同一音高としてこれらを整理すると、結局、現在の和琴の音律は、順八逆六法で、黄鐘² → 平調 → 盤渉 → 下無 → 上無までの5音を導出する音律である。また、古記や口伝により知られる20種類の調絃法において、例えば、6本の絃が、尙越、平調、盤渉、双調の4音に調絃される唐楽（律）の調絃法では、順八逆六法により平調の音を導出するための黄鐘²の音がない等（東洋音楽学会編（1984），p.529-531）、一部、現在の音律と一致するか否か確認できない調絃法もある。しかしながら、唐楽（律）における平調の音も他の調絃法で導出される平調と同じ音高とみなせば、その音律は、現在の音律と一致するため、雅楽における和琴の音律は、時代に関わらず、現在の音律と一致すると考えられる。

このように、笙、箏、琵琶、和琴の調律法を確認することで、平調、下無、双調、黄鐘、

³²) 平安時代初期の雅楽家、琵琶の名手。奈良時代以来の琵琶の調絃法を改革し、日本における楽琵琶の調絃の規範を定めた（平野他（1989），p.732）。

黄鐘^{おうしき}、盤渉、神仙、上無の8音の導出法は明確になったが、断金、勝絶、鸞鏡の3音に関しては、この4つの楽器の調律に使われることがないため不明である。そこで、3種類ある横笛（高麗笛、龍笛、神楽笛）で奏することができる音に対し、順八逆六法および順六逆八法のいずれで導出できるかを検証する。ただし、横笛は、指孔の位置そのものが音律を表すとは言えず、吹奏法により高低の補正を行う（平野他（1989）、p.128）ため、笙、箏、琵琶、和琴よりも音高の堅牢性は低いと言える。

高麗笛で奏することのできる音（平野他（1989）、p.321-322）を整理すると、順八逆六法で、^{おうしき} 𪗇越 → 黄鐘 → 平調 → 盤渉 → 下無 → 上無 → 鳧鐘 → 断金、順六逆八法で、𪗇越 → 双調 → 神仙と導出することが可能である。ただし、断金は孔を全て塞いだ時の口^くという音であり、通常用いられることはない（東儀（1989）、p.102）。

龍笛で奏することのできる音（平野他（1989）、p.321-322）を整理すると、順八逆六法で、^{おうしき} 𪗇越 → 黄鐘 → 平調 → 盤渉 → 下無 → 上無、順六逆八法で、𪗇越 → 双調 → 神仙 → 勝絶と導出することが可能である。また、これらの音以外に、断金も奏することが可能であるが、順八逆六法および順六逆八法における導出の元となる鳧鐘も鸞鏡も奏することができないため、順八逆六法と順六逆八法のいずれで導出するとは言えない。

神楽笛で奏することのできる音（平野他（1989）、p.321-322）を整理すると、順八逆六法で、^{おうしき} 𪗇越 → 黄鐘 → 平調 → 盤渉、順六逆八法で、𪗇越 → 双調 → 神仙 → 勝絶 → 鸞鏡 → 断金 → 鳧鐘と導出することが可能である。

また、箏で奏することのできる音（平野他（1989）、p.338-339）であるが、箏は同じ指使いでも吹奏法により音高を1音以上変えることができるため、調律と言え程度の音高の堅牢性はない。しかしながら、参考までに、正律³³⁾について整理すると、順八逆六法で、^{おうしき} 𪗇越 → 黄鐘 → 平調 → 盤渉 → 下無 → 上無、順六逆八法で、𪗇越 → 双調 → 神仙と導出することが可能である。

これらを整理し表3に示す。表3において、「順」とは順八逆六法により導出する音、「逆」とは順六逆八法により導出する音、「？」はどちらの導出とも判別できない音を示す。これによれば、断金、勝絶、鸞鏡の3音のうち、勝絶と鸞鏡は順六逆八法による導出と判定できるが、断金は順八逆六法と順六逆八法の両方で導出可能である。ただし、高麗笛の断金は前述のとおり通常用いない音³⁴⁾であるため、神楽笛で奏する断金を優先し、断金は順六逆八法による音とする。また、笙、箏、琵琶、和琴において順八逆六法による導出と判定された鳧鐘が、神楽笛では、順六逆八法による導出と判定されたが、神楽笛は吹奏法により音高を変化できるため、全体としては、順八逆六法による導出とする。

33) 同じ指使いで奏することのできる音における高い方の音。

34) 表3においては、高麗笛の断金を「(順)」と表記する。

表3 雅楽器の調律に基づく十二律の導出法.

楽器	上無	神仙	盤涉	鸞鏡	黄鐘	鳧鐘	双調	下無	勝絶	平調	断金
笙	順	逆	順	—	順	順	逆	順	—	順	—
箏	順	—	順	—	順	順	逆	順	—	順	—
琵琶	—	—	順	—	順	—	逆	順	—	順	—
和琴	順	—	順	—	順	—	逆	順	—	順	—
高麗笛	順	逆	順	—	順	順	逆	順	—	順	(順)
龍笛	順	逆	順	—	順	—	逆	順	逆	順	?
神楽笛	—	逆	順	逆	順	逆	逆	—	逆	順	逆
篳篥	順	逆	順	—	順	—	逆	順	—	順	—
全体	順	逆	順	逆	順	順	逆	順	逆	順	逆

以上をまとめると、本来の雅楽十二律の周波数の導出法を表3の「全体」に準じて規定することができる。標準音は ㄅ越 であり、順八逆六法により、 ㄅ越 を $3/2$ 倍して おうしき黄鐘 を $3/4$ 倍して平調、平調を $3/2$ 倍して盤涉、盤涉を $3/4$ 倍して下無、下無を $3/2$ 倍して上無、上無を $3/4$ 倍して鳧鐘までの6音を導出する。また、順六逆八法により、 ㄅ越 を $4/3$ 倍して双調、双調を $4/3$ 倍して神仙、神仙を $2/3$ 倍して勝絶、勝絶を $4/3$ 倍して鸞鏡、鸞鏡を $2/3$ 倍して断金までの5音を導出する。この導出法で得られる音律は音律6-5であり、本論文では、これを本来の雅楽十二律の音律とする。

これに対し、音律4-7である田辺の音律は、鳧鐘と上無を順六逆八法で導出するため、表3とは一致しない。即ち、田辺の音律は、本来の雅楽十二律の音律として相応しくないことは明白であり、現在の雅楽十二律の音律は、実際の調律法に対し矛盾があると言える。

4.3 日本音楽十二律の音律

本節では、本来の雅楽と俗楽の十二律を統合した日本音楽十二律の音律を推定する。

4.3.1 日本音楽十二律が生まれた背景

十二律音列が製作されたころ、西洋文化取得の必要性を強く感じていた日本人は、西洋諸国で開催されていた万博への関わり重視し、積極的に使節を派遣し出展を行っていた。その目的³⁵⁾の中で重点が置かれたのは、日本がいかに優れた資源と技術を持ち合わせ、将来、西洋と同様の技術と生産性を獲得しうる資質を備えた国であるかということを示すこと(寺内(2005), A1-A2)である。そんな中、文部省管轄の音楽取調掛が、日本音楽を世界に紹介するため、ロンドン発明品博覧会へ出展したわけであるから、同じ音名であるの

³⁵⁾ 日本政府が万博への参加目的を明確に述べた例として、1872年ウィーン万博参加時の工部大丞佐野常民の発言がある。それによれば、精良の品を収集・展示し、日本の国土の豊穡と人工の巧妙を海外に知らせること、各国で日本の製品が日用の要品となって輸出増加をもたらす糸口をつかむこと等を目的として列挙している(吉見(2010), p.124-125)。

に雅楽と俗楽では音高が異なる等、西洋人に矛盾を感じさせるようなことがあつてはならず、日本音楽全体として整合性のある音律を示す必要があつたと考えられる。日本音楽十二律とは、このような背景の下、雅楽と俗楽とで音高の異なる音に対し調整を行い、新たに作られた音律であると考えられる。

また、伊澤は、エリスに対し、「日本音楽は、古典音楽（雅楽）も国民音楽（俗楽）も共にインドを起源とする。このことは、日本音楽が西洋音楽とたいへん似ていることから言える。日本音階は、ピアノの調律のように、最低基音から5度上行、4度下行を繰り返して得られる。その音程は、112セント、204セント、386セント³⁶⁾できている」と報告している（東洋音楽学会編（1982）、p.218）が、その言葉の節々に、日本が西洋と同様の技術や文化を有していることを示そうとする意図が読み取れる。

4.3.2 日本音楽十二律の音律

2.2.1項で前述のとおり、日本音楽十二律とは、本来の雅楽十二律と俗楽十二律を統合した音律と考えられるため、両者の音高を比較すると、音高が異なるのは、下無、上無、鳧鐘の3音である。このうち、雅楽六調子において、下無は、尙越調、平調、黄鐘調、盤渉調、太食調の5調子、上無は、平調、盤渉調、太食調の3調子の五声として用いられる。それに対し、俗楽では、伝統的な18調子の中で、下無を構成音とする調子はなく、上無も岩戸調子と半岩戸調子の構成音として用いられるのみ（宮崎（2009）、p.238-242）である。また、4.1節で前述の俗楽十二律の音律を導出した際に出口等が分析した箏譜（出口・白井（2001）、p.646-648）においても、下無、上無、盤渉の3音は他の9音と比べ出現頻度が非常に少ない。これらにより、日本音楽十二律における下無および上無は雅楽の音高を理論値とするのが適当と判断できる。また、鳧鐘は、雅楽では、盤渉調と太食調の2調子の五声であり、琵琶においては尙越調でも用いられている（藝芸史研究会編（1985）、p.140-142）が、実際の演奏ではほとんど用いられない（田辺（1956）、p.60）との指摘もある。これに対し、俗楽では、あらゆる調子の基本となる平調子の構成音であり、雲井調子系6調子、岩戸調子および半岩戸調子と8調子で用いられる（宮崎（2009）、p.238-242）ため、日本音楽十二律における鳧鐘は俗楽の音高を理論値とするのが適当である。以上を総合すると、日本音楽十二律の音律は音律5-6となる。

次に、測定値との残差の観点から、日本音楽十二律の音律を検討する。十二律音叉列の音律の理論値、即ち、日本音楽十二律の音律は、その可能性として、音律5-6を含め、2.1で前述の12通りの音律が考えられる。これら12通りの音律に対し、標準音を291.333 Hz

³⁶⁾ 実際には、平調子における半音は112セントではなく、3.3節で前述のとおり、「近代の様式」の理論値が90.2セント、「昔の様式」の測定値の平均が102.4セントである。また、尙越と双調の音程の理論値も386セントではなく407.8セントであり、伊澤の言は正しくない。また、エリスもこの矛盾に気づき、正解を言い当てている（東洋音楽学会編（1982）、p.218）。

表4 音律の種類と十二律音叉列の残差との関係。

音律	平均	標準誤差	平方和	上	神	盤	鸞	黄	鳧	双	下	勝	平	断	壺	最大
0-11	-16.1	2.9	1351.0	△	×	○	×	○	×	△	△	×	○	×	△	B
1-10	5.6	2.7	1104.1	△	○	×	○	○	○	△	○	△	△	○	○	B
2-9	3.8	2.7	1157.6	△	○	×	○	○	○	△	○	△	○	○	○	B
3-8	2.0	2.2	761.6	△	○	○	○	○	○	△	○	△	○	○	○	A
4-7	0.2	2.4	928.0	△	○	○	○	○	○	△	△	△	○	○	○	A
5-6	-1.6	2.4	869.8	△	○	○	○	○	○	△	△	△	○	○	○	A
6-5	-3.5	2.7	1127.7	△	○	○	○	○	×	△	△	△	○	○	○	B
7-4	-5.3	3.4	1823.4	△	○	○	○	○	×	△	△	△	○	×	○	B
8-3	-7.1	3.7	2098.4	△	○	○	×	○	×	△	△	△	○	×	○	B
9-2	-8.9	4.2	2790.3	△	○	○	×	○	×	△	△	×	○	×	○	B
10-1	-10.7	4.4	2980.3	△	×	○	×	○	×	△	△	×	○	×	○	B
11-0	-12.5	3.6	2351.0	△	×	○	×	○	×	○	△	×	○	×	○	B

としたときの各音高の理論値とそれに対応する十二律音叉列の測定値との残差（サンプルサイズはそれぞれ13）を算出し、平均、標準誤差、残差の平均からの偏差の平方和、音程の弁別閾の観点からの妥当性を検討し、表4にその結果をまとめる。表4において、「音律」の項目中、0-11、1-10、…は、音律0-11、音律1-10、…のことである。「平均」とは、12通りの音律による十二律の音高それぞれの理論値とそれに対応する十二律音叉列の測定値の残差の平均で単位はセント、「標準誤差」はその標準誤差で単位はセント、「平方和」は残差の平均からの偏差の平方和であり、「上」、「神」、「盤」、「鸞」、「黄」、「鳧」、「双」、「下」、「勝」、「平」、「断」、「壺」は、それぞれ十二律の音名の頭文字を表し、残差の絶対値が特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値7セント程度（4セント以上10セント未満）であれば○、かなりよく訓練された人の閾値13セント程度（10セント以上16セント未満）であれば△、かなりよく訓練された人の音程の閾値13セント程度（10セント以上16セント未満）を超えれば×を付与する。また、「最大」の項目は、残差の絶対値が最大になる音に対する評価であり、かなりよく訓練された人の音程の閾値13セント程度（10セント以上16セント未満）以内であればA、それを越えた場合は、残差の最大値（正の値）と最小値（負の値）の中間値からの音程を算出し、かなりよく訓練された人の音程の閾値13セント程度（10セント以上16セント未満）を超えた場合にBを付与する。

表4によれば、俗楽十二律の音律である音律3-8、田辺の音律である音律4-7、本項で日本音楽十二律の音律とした音律5-6の3音律が、日本音楽十二律の真の音律の候補として絞られる。この3音律は、まず、「最大」の項目でAが付与されており、音楽取調所御用掛が調定を行った音叉列として矛盾のないものである。他の9音律は、「最大」の項目で全てBが付与されており、仮に標準音の周波数が291.333 Hzではなく、それぞれの音律の残差

の最大値（正の値）と最小値（負の値）の中間値であったとしても、かなりよく訓練された人の音程の閾値 13 セント程度（10 セント以上 16 セント未満）を超えているため、音楽取調所御用掛が調定した音叉列としては疑わしいものである。また、12 音律中、「平方和」は、音律 3-8 が最小で、次いで、音律 5-6、音律 4-7 の順に大きくなり、残差の平均からの偏差の平方和の観点からもこの 3 音律が日本音楽十二律の真の音律の候補として絞られる。また、残差の平均もこの 3 音律が 0 に近く、その値は 2.0～-1.6 セントと絶対値が極めて小さい。そこで、この 3 音律それぞれの残差群に対し、Levene の検定（ p 値は 0.989）等により等分散であることを確認した後、有意水準 5% で Tukey-Kramer の HSD 検定を行ったが、いずれの組み合わせでも統計的有意差は認められなかった。その理由は、この 3 音律は、下無と上無以外の音高は同じであり、下無と上無の測定値も順八逆六法および順六逆八法により導出する理論値のほぼ中間の値であるためである。そのため、以下に、調律等の観点より、この 3 音律のいずれが日本音楽十二律の真の音律として尤もらしいかを検討する。

音律 4-7、即ち、田辺の音律は、下無を俗楽十二律に準じ、上無を雅楽十二律に準じた音律であるため、雅楽と俗楽を統合した音律と捉えるべきである。ところが、本項で前述のとおり、下無は、雅楽六調子のうち 5 調子の構成音であるに対し、俗楽における伝統的な 18 調子では使われていない音であるため、雅楽と俗楽を統合した音律であるはずの田辺の音律において、下無の音高を俗楽十二律の音高とすることは合理的ではない。よって、田辺の音律は、日本音楽十二律の音律としても相応しくないと判断できる。

音律 3-8 と音律 5-6 の違いは下無と上無を俗楽十二律に準じるか本来の雅楽十二律に準じるかの違いであるが、これは正に、日本音楽十二律が、俗楽十二律そのものであるか雅楽と俗楽を統合した音律であるかの違いである。仮に日本音楽十二律とは俗楽十二律のことであるとすると、2つの点で疑問がある。まず、第 2 章で前述のとおり、ロンドン発明品博覧会への出品目録において、「雅楽琵琶平調の調子を示すべき調音叉」には雅楽、「俗楽平調子を示すべき調音叉」には俗楽と明記しておきながら、十二律音叉列を「俗楽十二律を示すべき調音叉」とはせず、「日本音楽十二律を示すべき調音叉」と記したことを合理的に説明することができない。また、調定は、雅楽の専門家である芝葛鎮が平調音叉列と十二律音叉列、俗楽の専門家である山勢松韻が平調子音叉列（東京芸術大学百年史編集委員会（1987）、p.193）をそれぞれ分担したが、日本音楽十二律が俗楽十二律そのものであれば、十二律音叉列の調定は俗楽の専門家である山勢松韻が担当するのが順当であるのに、雅楽の専門家である芝葛鎮が行っている。よって、日本音楽十二律は俗楽十二律そのものではないと考えるべきである。

日本音楽十二律が俗楽十二律と一致しないとすれば、十二律音叉列の調定を雅楽の専門家である芝葛鎮が行った理由は、日本音楽十二律が、俗楽十二律とは下無と上無の 2つの

音高が異なるに対し、本来の雅楽十二律とは甕鐘の音高のみ異なることが一因であるとも考えられる。これに従えば、「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を移して十二律音叉列を製作し、雅楽の専門家である芝葛鎮が調定したことは当然の成り行きと言える。

その真偽はともかく、十二律音叉列において、本来の雅楽十二律とは音高が異なる甕鐘に対しては、俗楽十二律に準じるよう調定を行ったことになるが、以下に、これを音程の閾値の観点より確認する。十二律音叉列の甕鐘の測定値 410.1 Hz は、俗楽の理論値に対し 3.7 セント高く、その残差は、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の閾値 7 セント程度（4 セント以上 10 セント未満）よりも小さく、音楽取調所御用掛が調定したとして矛盾はない。これに対し、本来の雅楽の理論値に対しては 19.8 セント低く、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度（10 セント以上 16 セント未満）を超えており、音楽取調所御用掛が調定した音叉としては疑わしい。よって、十二律音叉列の甕鐘は、意図的に、本来の雅楽十二律ではなく俗楽十二律に準じて調定されたと判断できる。

以上に基づき、本論文では、十二律音叉列の音律、即ち、日本音楽十二律の音律を音律 5-6 と判断する。

しかしながら、その場合、十二律音叉列の中に、「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を移した音叉ではなく、新規に調定を行った音叉があったことになるため、その可能性に関し考察を行う。十二律管は、その名のとおり、12 本で 1 組であり、壺越を基準としたものは通常上無までしか製作しない。そのため、「宮内庁楽部で用いられた十二律管」には高い壺越はないはずで、これに従えば、十二律音叉列の高い壺越に関しては、新規に調定をして、音叉を製作したと考えられる。十二律音叉列における主音（低い壺越）から主音（高い壺越）という音階は、ドレミファソラシドのような西洋音階に準じたものであり、4.3.1 で前述のとおり、日本が西洋と同様の技術や文化を有していることを示すために、西洋文化に合わせて製作したと考えるのが妥当である。その際、高い壺越の音叉は、低い壺越の音叉から音高を取ったはずであり、測定値に関し、低い壺越と高い壺越の音程が 1 オクターブの理論値 1200 セントと完全に一致する（表 1 参照）のは、人が、絶対協和音程（周波数比 1:1 の完全 1 度、周波数比 1:2 の完全 8 度）を完全協和音程（周波数比 3:4 の完全 4 度、周波数比 2:3 の完全 5 度）よりもさらに正確に認知できることが一因³⁷⁾と考えられる。即ち、十二律音叉列の高い壺越は、「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を移したのではなく、新規に調定をして製作した音叉であると考えられる。これにより、十二律音叉列の全てが、「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を移して製作した音叉というわけではないことになる。即ち、このような音叉が他にあっても不思議ではなく、甕鐘に関しても新規に調定を行って製作した可能性は否定されない。

³⁷⁾ それにしても正確過ぎるため偶然性も含んでいるであろう。

5. 日本における十二律の理論値

本章では、第3章および第4章を踏まえ、本来の雅楽十二律、俗楽十二律、日本音楽十二律の音高および音程の理論値を明らかにする。

まず、第3章で、標準音の周波数を推定するためのサンプルとした平調音叉列の残差、平調子音叉列の残差に加え、標準音の周波数を 291.333 Hz とし、音律 5-6 に準じ算出した日本音楽十二律の理論値に対する十二律音叉列の残差を追加して、かつての標準音の 95%信頼区間を算出する。

平調音叉列、平調子音叉列「近代の様式」、十二律音叉列、全てを対象とした残差群において、サンプルサイズは 29、平均は -1.1 セント、標準誤差は 1.2 セント、95%信頼区間は -1.1 ± 2.5 セントである。また、平調子音叉列「近代の様式」の双調の近代 A の測定値 389.9 Hz が誤記で正しくは 389.0 Hz であった場合は、サンプルサイズは 29、平均は -1.2 セント、標準誤差は 1.2 セント、95%信頼区間は -1.2 ± 2.5 セントである。この2つの場合の 95%信頼区間を 291.333 Hz を基準に周波数に換算すると、どちらも [290.7, 291.6] であり、291.333 Hz はこの範囲に含まれる。また、95%信頼区間の幅はともに 5 セントであるが、これは、特別に訓練された優秀な耳を持つ人の音程の閾値 7 セント程度 (4 セント以上 10 セント未満) の下限に対し 1 セント高いのみであり、ほぼ弁別不能と考えてよい。以上により、かつての標準音の周波数は、信頼水準 95% で 291.333 Hz であり、音程の閾値の観点からは、291.333 Hz と断定して差し支えないと言える。なお、このことは、日本の雅楽で標準とされる音は吉備真備が持ち帰った銅律管の黄鐘おうしきの測定値 437 Hz (押田 1981: 23) との説を裏付けるものであり、1885 年のロンドン発明品博覧会へ出展された音叉群、ひいては、これらの音高の元となった「宮内庁楽部で用いられた十二律管」がこれを基準として製作された可能性³⁸⁾を示すものである。

以上により、かつての標準音の周波数を 291.333 Hz として、第4章で明らかにした本来の雅楽、俗楽、日本音楽の音律に準じ、それぞれの十二律の音高を導出し、表5に、周波数の理論値を小数第2位まで、音程の理論値を小数第1位まで明示する。なお、周波数の理論値を小数第2位まで明示する理由は、音程の理論値を小数第1位まで示すためと、現在の雅楽十二律の理論値が小数第2位まで明示されている現状の踏襲という意味である。

最後に、かつての標準音に関し留意すべきことを述べておく。エリスが測定した音叉群の音高の元となった「宮内庁楽部で用いられた十二律管」であるが、律管は、閉管の気柱振動により音高を得るものであるから、その周波数は律管内の空気の温度により変化し、約 3 セント/°C の割合で音高が変動する。よって、かつての標準音の周波数が 291.333 Hz であるというのは、ある温度のときに限定される。ところが、中国における古代人は、気

³⁸⁾ 測定値が 95%信頼区間内に含まれるという意味では、他に、鸞鏡、盤渉、神仙を基準とした可能性がある。

表5 日本における十二律の理論値

音名	本来の雅楽（音律 6-5）			俗楽（音律 3-8）			日本音楽（音律 5-6）		
	周波数 [Hz]	音程 [cents]		周波数 [Hz]	音程 [cents]		周波数 [Hz]	音程 [cents]	
		1 律間	壹越から		1 律間	壹越から		1 律間	壹越から
壹越	582.67	90.2	1200.0	582.67	113.7	1200.0	582.67	90.2	1200.0
上無	553.08	113.7	1109.8	545.63	90.2	1086.3	553.08	113.7	1109.8
神仙	517.93	90.2	996.1	517.93	90.2	996.1	517.93	90.2	996.1
盤渉	491.62	113.7	905.9	491.62	113.7	905.9	491.62	113.7	905.9
鸞鏡	460.38	90.2	792.2	460.38	90.2	792.2	460.38	90.2	792.2
黄鐘	437.00	90.2	702.0	437.00	113.7	702.0	437.00	113.7	702.0
鳧鐘	414.81	113.7	611.7	409.22	90.2	588.3	409.22	90.2	588.3
双調	388.44	90.2	498.0	388.44	113.7	498.0	388.44	90.2	498.0
下無	368.72	113.7	407.8	363.76	90.2	388.4	368.72	113.	407.8
勝絶	345.28	90.2	294.1	345.28	90.2	294.1	345.28	90.2	294.1
平調	327.75	113.7	203.9	327.75	113.7	203.9	327.75	113.7	203.9
断金	306.92	90.2	90.2	306.92	90.2	90.2	306.92	90.2	90.2
壹越	291.33	—	0	291.33	—	0	291.33	—	0

温により標準音を変更することを意図して律管の長さを定めたわけではないであろうから、我々は、その意図を汲み取り、基準とすべき気温を定める必要がある。音楽や梵鐘の音を聞くのは、人間が生存できる環境であるため、その代表値を常温（23℃程度）とするのが適当であり、かつての標準音は常温で吹奏した際の律管の音高とすべきである。一方、気温により楽器類の音高が変化することは、楽人の間では少なくとも『徒然草』が書かれた頃から知られている³⁹⁾ため、奈良方の楽人であった芝葛鎮も、常温における「宮内庁楽部で用いられた十二律管」の音高を音叉に移したと期待すれば、291.333 Hz をかつての標準音の周波数の代表値として扱うことは可能である。ただし、より厳格な観点からは、「エリスの測定値をサンプルとした際は、かつての標準音の周波数は、291.333 Hz であると断定でき、十二律音叉列の壹越の測定値 292.7 Hz ではない」と留めることになる。

6. おわりに

以上述べたように、本論文では、基本的な統計手法の活用により、平安時代から昭和時代半ばまでの日本音楽の標準音の音高、本来の雅楽十二律の音律および音高、俗楽十二律の音高、日本音楽十二律の音律および音高を明らかにした。これらの理論値が、伝統音楽

³⁹⁾ 『徒然草』第 220 段に、天王寺の楽人が六時堂前の鐘の音高が寒暖で上下するはずだと述べた（久保田他（1989）、p.290–291）とある。なお、天王寺（大阪・四天王寺）は、宮中（京都・宮廷）、南都（奈良・興福寺）と共に雅楽の伝承組織である三方楽所の 1 つであり、三方楽所の楽人は明治時代に東京へ移住し、江戸幕府の紅葉山楽人と合流して宮内庁雅楽部を編成した。

の継承⁴⁰⁾や、古代の楽器類の音名の判別等に寄与すれば幸甚である。特に、梵鐘の基音に
関しては、音名の精微な判定が、古の人々が音高に託した意味や、サウンドスケープ・デ
ザインの意図を明確にするはずである。

参 考 文 献

- A・J・エリス (1951). 門馬直美訳『諸民族の音階—比較音楽論—』音楽之友社.
 明土真也 (2009). 「音の記号性とその分類」『サウンドスケープ』11(1), 49-58.
 天納傳中 (2000). 『天台声明—天納傳中著作集』法蔵館.
 安藤政輝 (1986). 田辺尚雄監修『生田流の箏曲』講談社.
 出口幸子・白井克彦 (2001). 「楽譜情報に基づいた箏曲の音律と音階の分析」『情報処理学会論文誌』42(3), 642-649.
 藝芸史研究会編 (1985). 『日本の古典芸能 第2巻 雅楽』平凡社.
 林謙三 (1956). 「恩徳院の律管と、その音律をめぐって」『雅楽界』43-44, 1-14, 小野邦楽会.
 林謙三 (1973). 『東アジア楽器考』カワイ楽譜.
 平野健次, 上参郷祐康, 蒲生郷昭監修 (1989). 『日本音楽大事典』平凡社.
 久保田淳, 佐竹昭広校注 (1989). 『新日本古典文学大系 39 方丈記 徒然草』岩波書店.
 黒板勝美, 国史大系編修会 (1966). 『国史大系 第2巻 續日本紀』吉川弘文館.
 楠山春樹 (1982). 『新釈漢文大系 54 淮南子 上』明治書院.
 宮崎まゆみ (1999). 『箏と箏曲を知る事典』東京堂出版.
 中川真 (2004). 『平安京 音の宇宙 サウンドスケープへの旅』平凡社.
 中村宗三 (1989). 「糸竹初心集」高野辰之編『日本歌謡集成 卷六 近世編』所収, 183-204, 東京堂出版.
 中根璋 (1990). 「律原発揮」江崎公子編『音楽基礎研究文献集 第1巻』所収 大空社.
 押田良久 (1981). 『雅楽鑑賞』文憲堂七星社.
 田辺尚雄 (1910). 「三橋檢校の律管一竹に就いて」『東洋学芸雑誌』344, 230-236.
 田辺尚雄 (1956). 『音楽理論 (改訂版)』共立出版.
 田辺尚雄 (1982). 『音楽音響学』音楽之友社.
 寺内直子 (2005). 「日本文化の展示: 1884年ロンドン衛生万国博覧会に展示された日本の音楽資料」『国際文化学
研究: 神戸大学国際文化学部紀要』24, A1-A29.
 東京芸術大学百年史編集委員会 (1987). 『東京芸術大学百年史 東京音楽学校篇 第1巻』音楽之友社.
 東儀信太郎 (1989). 小野亮哉監修『雅楽事典』音楽之友社.
 東洋音楽学会編 (1982). 『日本の音階』音楽之友社.
 東洋音楽学会編 (1984). 『雅楽—古楽譜の解説—』音楽之友社.
 渡辺浩風 (1980). 「四穴について」『季刊邦楽』23, 71-73, 邦楽社.
 山口巖 (1927). 「調子笛としての四穴」『三曲』7(9), 16-18, 美妙社.
 吉見俊哉 (2010). 『博覧会の政治学 まなごしの近代』講談社.

40) 本来の黄鐘^{おうしき}の周波数 437 Hz と現在の西洋音名の A の周波数 440 Hz の差は 11.8 セントでしかなく、かなりよく訓練された人の閾値 13 セント程度 (10 セント以上 16 セント未満) と同等である。即ち、黄鐘^{おうしき}を西洋音名の A と一致させても実用上問題はなく、現在の雅楽十二律よりも、より本来の音高に近くなる。